Ecole Normale Supérieure de Yaoundé

Département de Mathématiques

NGUELE MVE François Landry

Projet Prenum-AC

Année 2012 – 2013

Analyse de l'article

La tangente est-elle vraiment la droite qui approche le mieux la courbe au voisinage d'un point ?

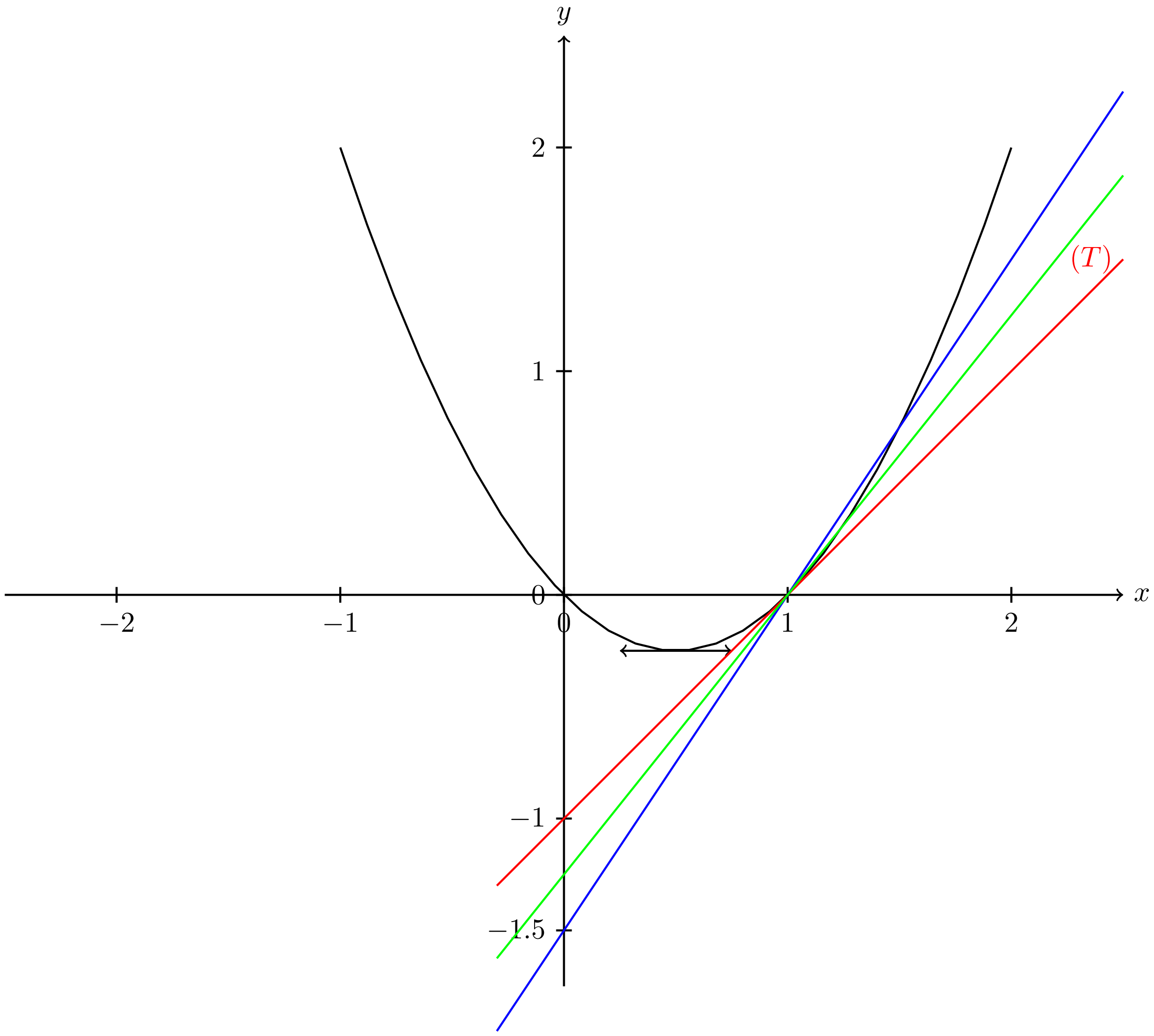
L'analyse que présente le mensuel "REPERES", série numéro trente quatre vingt dix neuf est une oeuvre des chercheurs de l'institut de Recherches en Mathématiques Paris 7. En effet, cet article illustre et favorise la compréhension du phénomène d'approximation d'une courbe par une fonction linéaire au voisinage d'un point. Nous nous sommes rendu compte que cette oeuvre a des idées qui nous permettent de modifier notre ressource de façon significative. Dans notre analyse, nous nous employons dans un premier temps à présenter les outils nécessaires à la réalisation des tracés, puis dans un second temps nous dégageons le principe qui nous a permis de retenir que la tangente est la droite qui approche le mieux une courbe au voisinage d'un point.

Les outils nécessaires pour les tracés

Le problème d'approximation d'une courbe par une fonction liné aire au voisinage d'un point est un souci majeur en didactique de Mathématiques. Cette préocupation a conduit les chercheurs de l'Institut de Recherches en Mathématiques au cours d'une séance de travail avec les professeurs de la classe de Première à mettre en évidence le cas particulier de la parabole d'équation $y = x^2 - x$ au voisinage du point $A(1; 0)$.
A partir du logiciel "Geoplan", nous réalisons le tracé de la courbe $(\mathcal{C})$, d'équation $y = x^2 - x$, les tracé s de quelques droites sécantes à cette courbe et passsant par le point $A(1; 0)$. Une représentation du péhnomène se traduit par la figure suivante.

Le principe de réalisation de la tangente à une courbe au voisinage d'un point

L'objectif ici est d'éclairer le profane sur l'interrogation qui nous sert de titre. Le principe dans cette démarche, consiste à fixer deux points de même abscisse x, l'un $M(x; y_M)$ sur la parabole et l'autre $D(x; y_D)$ sur l'une des droites "suffisamment proche" de la courbe et vérifiant les conditions définies plus haut que nous appelons la tangente.
Avec à l'esprit que la différence des ordonnées $y_M - y_D$ reste négligeable et également à tel enseigne que lorsqu'on déplace le point D le long de la tangente, cette différence reste "nulle" sur un petit intervalle autour de $x = 1$. Dès lors, il semble important de dire que la tangente est la droite qui approche le mieux une courbe au voisinage d'un point, nous invite à quantifier la proximité entre cette droite et la courbe.



A cet effet, si on se donne un réel strictement positif ϵ et que l'on mesure la qualité de l'approximation d'une courbe par une droite à ϵ près au voisinage d'un point donné d'abscisse a par exemple, à la longueur de l'intervalle I qui entoure a et sur lequel la différence de distance entre la parabole et la droite est strictement inférieure à ϵ, on peut toujours trouver des droites qui approchent la courbe à ϵ près mieux que la tangente. Toutefois, pour toute droite autre droite $(\mathcal{D})$, la tangente demeure une meilleure approximation que $(\mathcal{D})$ à condition que ϵ soit assez petit.

Conclusion

L'analyse de cet article nous a permis de comprendre le mécanisme de tracé de la tangente à une courbe au voisinage d'un point sans au préalable connaitre à l'avance l'équation de cette courbe ou même l'équation analytique de la tangente en question. L'apport de cet article, à travers la méthodologie qu'il véhicule, va améliorer les acquis et compétences des élèves de la clase de première à l'issu du chapitre sur la dérivabilité d'une fonction numérique de variable réelle dans la mesure où ils prennent connaissance de l'existence du logiciel "Geoplan" et de la qualité de visualisation qu'il offre, Ce qui va sans aucun doute favoriser les défis ou challenges que se sont fixer les didacticiens à savoir vulgariser l'enseignement des Mathémétiques.