

Exemples d'introduction des suites arithmétique et  
géométriques au moyen des intérêts simples et  
composés

**JIAZET NOUTEZA Benedite Ruth M. Sielinou Damase.**(IPN)

Et de **M.Fotsing Joseph** (PLEG)

Yaoundé, le 4 novembre 2013

# REFLEXION PEDAGOGIQUE : Un exemple d'introduction des suites arithmétiques et géométriques au moyen le des intérêts simples et composés.

---



---

L'enseignement des suites arithmétiques et géométriques n'est pas abordé de façon explicite dans nos manuels au programme, par exemple dans la collection **CIAM** ("Collection Inter Africaine de Mathématiques") en Terminale "C" et "D", les notions de suites arithmétiques et géométriques sont introduites directement par des définitions. Cette manière d'introduire ces notions pose un véritable problème de compréhension aux élèves. Bien qu'elles soient supposées être faites en classe de première " C " et "D", il nous est venu à l'idée de nous poser la question de savoir s'il n'existait pas des moyens qui peuvent permettre aux élèves de découvrir ces notions en utilisant des exemples qu'ils rencontrent au quotidien.

Pour chacune des notions, nous allons proposer deux activités :

- **la première** permettant aux élèves de se familiariser avec les expressions tel que : épargne et dépôt bloqué ; ceci en effectuant des calculs numériques.
- **la seconde** permettra aux élèves de généraliser les termes des suites pour en ressortir les formules explicites et les formules récurrentes.

## 1.1 Activité 1 : Suite arithmétique I

Pour le voyage de son fils qui aimerait poursuivre ses études en Europe après son baccalauréat, Monsieur Moussa dépose le 1<sup>er</sup> janvier 2012, dans un compte bancaire d'une banque A un montant de 1.000.000 (un million) de FCFA.

Sachant que l'épargne bloqué rapporte 10.000 FCFA à la fin de chaque mois.

- Déterminer le montant total de l'épargne de Monsieur Moussa dans cette banque à la fin du 1<sup>er</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> mois.

On note :

- $E_n$  le montant total de l'épargne à la fin du  $n^{\text{eme}}$  mois.
- $E_0$  l'épargne initiale.
- $n$  est un entier naturel qui désigne le numéro du mois.

- Remplir le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$						
$E_{n+1} - E_n$	$E_1 - E_0$	$E_2 - E_1$	$E_3 - E_2$	$E_4 - E_3$	$E_5 - E_4$	$E_6 - E_5$
$E_{n+1} - E_n$						

- Que constate t-on par rapport à  $E_{n+1} - E_n$ , pour  $0 \leq n \leq 5$  ?

### Correction de l'activité 1

#### • Démarche à suivre

Pour ce qui est de la question 1), on donne 5 (cinq) minutes aux élèves pour qu'ils puissent s'exercer sur les brouillons. On fait le tour de la salle de classe pour voir leurs raisonnements face aux questions posées. Ensuite, on envoie un volontaire ayant trouvé les solutions au tableau.

Une fois au tableau cet élève effectue les calculs suivants :

- **Au début du premier mois monsieur Moussa aura épargné : 1.000.000**
- **A la fin du premier mois monsieur Moussa aura épargné :**  
 $1.000.000 + 10.000 = 1.010.000.$

- A la fin du deuxième mois monsieur Moussa aura épargné :  
 $1.000.000 + 2 \times 10.000 = 1.020.000.$
- A la fin du troisième mois monsieur Moussa aura épargné :  
 $1.000.000 + 3 \times 10.000 = 1.030.000.$
- A la fin du quatrième mois monsieur Moussa aura épargné :  
 $1.000.000 + 4 \times 10.000 = 1.040.000.$
- A la fin du cinquième mois monsieur Moussa aura épargné :  
 $1.000.000 + 5 \times 10.000 = 1.050.000.$
- A la fin du sixième mois monsieur Moussa aura épargné :  
 $1.000.000 + 6 \times 10.000 = 1.060.000$  FCFA.

En cas de silence, nous leur posons la question de savoir : **Pourquoi d'un mois à l'autre on n'ajoute que 10.000 ?** S'il n'y a pas de réponse satisfaisante d'un élève, nous expliquons simplement aux élèves que ces 10.000 FCFA représentent le bénéfice que produit l'argent déposé par Monsieur Moussa par mois c'est pourquoi, nous avons d'un mois à un autre un ajout de 10.000 FCFA.

A la question 2) pour ce qui est du remplissage du tableau l'élève qu'on a envoyé au tableau avec l'aide de ses camarades doit pouvoir remplir le tableau sans difficulté. Dans le cas contraire, nous les guidons et nous obtenons :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$	1.000.000	1.010.000	1.020.000	1.030.000	1.040.000	1.050.000
$E_{n+1} - E_n$	$E_1 - E_0$	$E_2 - E_1$	$E_3 - E_2$	$E_4 - E_3$	$E_5 - E_4$	$E_6 - E_5$
$E_{n+1} - E_n$	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000

Pour la question 3) l'élève dit que les valeurs  $E_{n+1} - E_n$ , pour  $0 \leq n \leq 5$  sont les mêmes et valent 10.000 FCFA. Cette observation étant pertinente, nous disons aux élèves que de façon générale, si on continue les calculs, on observera que  $E_{n+1} - E_n = 10.000$  FCFA  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Cette constante notée  $r$  est appelé raison d'une suite arithmétique.

L'élève ayant fini avec les questionnaires de l'activité 1), nous lui donnons nos encouragements et lui demandons d'aller s'asseoir afin de prendre les solutions dans son cahier.

Dans cette activité 1, nous venons d'amener les élèves à se familiariser avec les calculs et d'observer que  $E_{n+1} - E_n$  est une constante pour  $0 \leq n \leq 5$ . Notre objectif n'étant pas

encore atteint car, la formule d'une suite arithmétique ne ressort pas dans cette activité 1, d'où la nécessité de l'activité 2 suivante :

## 1.2 Activité 2 : Suite arithmétique II

Pour le voyage de son fils aîné qui aimerait poursuivre ses études supérieures en Allemagne dans l'avenir, Monsieur Moussa dépose dans un compte bancaire d'une banque A le 1<sup>er</sup> janvier 2010, une somme de  $X$  Francs CFA. Sachant que le dépôt bloqué rapporte la somme de  $r$  FCFA à la fin de chaque mois.

- Déterminer le montant total de l'épargne de Monsieur Moussa dans cette banque à la fin du 1<sup>er</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> mois.
- Remplir le tableau suivant où  $E_n$  désigne le montant de l'avoir de Monsieur Moussa dans la banque à la fin du  $n^{\text{eme}}$  mois . On admet que  $E_0$  est l'épargne initiale.

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$						
$E_{n+1} - E_n$	$E_1 - E_0$	$E_2 - E_1$	$E_3 - E_2$	$E_4 - E_3$	$E_5 - E_4$	$E_6 - E_5$
$E_{n+1} - E_n$						

- Comment procède t-on pour déterminer  $E_{n+1}$  à partir de  $E_n$ ,  $0 \leq n \leq 5$ ?
- Déterminer la relation qui existe entre  $E_{n+1}$  et  $E_n$ ,  $0 \leq n \leq 5$ .
- A partir des expressions de  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_6$  en fonction de  $X$  et  $r$ , proposer une expression de  $E_n$ , en fonction de  $X$ ,  $r$  et  $n$ .
- Etablir la relation précédente par récurrence sur  $n$ , en se servant de la relation  $E_{n+1}$  et  $E_n$  obtenue à la question c).
- En Combien de mois lui faut-il pour avoir une épargne total de 3.000.000 FCFA sachant que  $r = 10.000$  et  $X = 1.000.000$ ?

### Correction de l'activité 2

- Démarche à suivre**

On laisse cinq minutes aux élèves, le temps pour eux de réfléchir sur les questions qui leurs sont posées. Pendant ce temps on fait le tour dans la salle de classe puis, on désigne

un autre volontaire ayant trouvé les questions pour qu'il aille au tableau expliquer à ses camarades.

A la question a) l'élève répond de manière suivante :

- Au début du mois Monsieur Moussa aura épargné  $X$
- A la fin du premier mois monsieur Moussa aura épargné  $X + r$ .
- A la fin du deuxième mois monsieur Moussa aura épargné  $X + 2r$ .
- A la fin du troisième mois monsieur Moussa aura épargné  $X + 3r$ .
- A la fin du quatrième mois monsieur Moussa aura épargné  $X + 4r$ .
- A la fin du cinquième mois monsieur Moussa aura épargné  $X + 5r$ .
- A la fin du sixième mois monsieur Moussa aura épargné  $X + 6r$ .

Nous leurs posons la question de comparer le principe de calcul de l'activité 1) avec celui de l'activité 2). S'il n'y a pas de réponse convaincante, nous disons que l'épargne de Monsieur Moussa ici est donnée par l'inconnu  $X$  et le bénéfice par mois est l'inconnue  $r$ . Ceci donne lieu au même raisonnement qu'à l'activité 1).

La question b) est traitée très rapidement par l'élève avec l'aide de ses camarades on obtient le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$	$X$	$X + r$	$X + 2r$	$X + 3r$	$X + 4r$	$X + 5r$
$E_{n+1} - E_n$	$E_1 - E_0$	$E_2 - E_1$	$E_3 - E_2$	$E_4 - E_3$	$E_5 - E_4$	$E_6 - E_5$
$E_{n+1} - E_n$	$r$	$r$	$r$	$r$	$r$	$r$

Le tableau satisfaisant à nos attentes, nous demandons donc à l'élève de passer à la question suivante.

Pour ce qui est de la question c) l'élève devrait répondre en disant que pour déterminer  $E_{n+1}$  à partir de  $E_n$  on ajoute à  $E_n$  la variable  $r$  qui est le bénéfice généré le mois numéro  $n + 1$ . Si la réponse proposée par l'élève est acceptable, nous lui demandons de passer à la question d).

Pour cette question, l'élève constate que la quatrième ligne du tableau d'après la question b) donne :  $E_{n+1} - E_n = r$  d'où  $E_{n+1} = E_n + r$  ce qui est exact.

Pour la question e) l'élève fait encore recours à la question b) en faisant référence à la deuxième ligne du tableau en disant :

$$E_0 = X$$

$$E_1 = X + r$$

$$E_2 = X + 2r$$

$$E_3 = X + 3r$$

$$E_4 = X + 4r$$

Par itération sur  $n$ , on obtient l'expression suivante :  $E_n = X + nr \forall n \in \mathbb{N}$ .

La relation existant entre  $E_n$ ,  $X$ ,  $r$  et  $n$  étant établie, nous la validons et demandons à l'élève de passer à la question f).

Pour ce qui est de la question f), pour mieux gérer la notion de temps, nous prenons la craie et nous leur proposons la démarche suivante :

D'après la question e)  $E_n = X + nr$ .

Pour  $n = 0$  on a :  $E_0 = X$  ;

Supposons la propriété vraie au rang  $n$  et démontrons qu'elle est aussi vraie au rang  $n + 1$ .

La propriété vraie au rang  $n$  veut dire que  $E_n = X + nr$ . Démontrons que  $E_{n+1} = X + (n + 1)r$ .

D'après la question d), nous avons :  $E_{n+1} = E_n + r$ . Comme  $E_n = X + nr$  alors

$$E_{n+1} = X + nr + r. \text{ Donc } E_{n+1} = X + (n + 1)r.$$

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $E_n = X + nr$ . D'où le résultat.

Quant'à la question g) l'élève utilise la question f) qui montre que  $E_n = X + nr$  or, comme  $X = E_0 = 3.000.000$  alors  $n = \frac{E_n - E_0}{r}$ . Donc  $n = \frac{3.000.000 - 1.000.000}{10000} = 200$ . D'où  $n = 200$  mois. Nous avons ainsi la remarque suivante :

**Remarque 1.1.** La suite  $(E_n)_n$  ainsi obtenue est une suite arithmétique de raison  $r$  car, elle vérifie la relation  $E_{n+1} = E_n + r$ .

$E_n$  s'écrit en fonction de  $n$ ,  $r$  et du premier terme  $E_0$  comme suit  $E_0 + nr$ .

Ces deux activités ayant permis aux élèves de se familiariser avec la notion de suites arithmétiques au moyen des intérêts simples, nous allons maintenant concevoir les activités qui vont permettre aux élèves de se familiariser à la notion de suites géométriques au moyen des intérêts composés.

## 1.3 Activité 3 : Suite géométrique I

Pour le voyage de son fils aîné qui souhaiterait poursuivre ses études en Europe après le baccalauréat, Monsieur Moussa dépose le 1<sup>er</sup> janvier 2012 dans la banque B une somme de 1.000.000 FCFA. Il fait le compromis suivant avec le banquier :

- L'épargne est bloquée : Il ne peut y ajouter de l'argent. Il ne peut non plus retirer ni l'épargne initial, ni les intérêts générés avant un certains temps assez long, fixé de commun accord.
- Son bénéfice est évalué à la fin de chaque mois à 1% du montant total de l'argent épargné au cours du mois.
- A la fin de chaque mois, ce banquier calcule le bénéfice généré par l'épargne du mois et ajoute ce bénéfice à l'épargne.

On note :

- $E_n$  le montant total de l'épargne à la fin du  $n^{\text{eme}}$  mois.
- $E_0$  l'épargne initiale.
- $n$  est un entier naturel qui désigne le numéro.

1. Déterminer le montant total de l'épargne de Monsieur Moussa dans cette banque à la fin du 1<sup>er</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> mois.
2. Remplir le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$						
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$	$\frac{E_1}{E_0}$	$\frac{E_2}{E_1}$	$\frac{E_3}{E_2}$	$\frac{E_4}{E_3}$	$\frac{E_5}{E_4}$	$\frac{E_6}{E_5}$
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$						

3. Que constate t-on par rapport à  $\frac{E_{n+1}}{E_n}$  pour  $0 \leq n \leq 5$ ?

### Correction de l'activité 3

- Démarche à suivre

Pour ce qui est de la question 1), on donne 05 (cinq) minutes aux élèves pour qu'ils puissent s'exercer sur les brouillons. On fait le tour de la salle de classe pour observer leur raisonnement face aux questions posées. Ensuite, on envoie un volontaire ayant trouvé les solutions au tableau.

Une fois au tableau cet élève effectue les calculs suivants :

– **Au début du premier mois Monsieur Moussa aura épargné : 1.000.000**

– **A la fin du premier mois monsieur Moussa aura épargné :**

$$E_1 = 1000000 + 1000000 \times \frac{1}{100} = (1 + \frac{1}{100}) \times 1000000 = 1010000.$$

– **A la fin de la deuxième mois Monsieur Moussa aura épargné :**

$$E_2 = 1010000 + 1010000 \times \frac{1}{100} = 1020100.$$

On pose la question aux élèves s'ils sont d'accord avec leur camarade? Certains répondent "**OUI**" tandis que d'autres répondent "**NON**". On leur demande de faire silence, puis on les explique que pour trouver le montant d'épargne de Monsieur Moussa, il suffit de multiplier le montant d'épargne du mois précédent par le réel  $q = (1 + \frac{1}{100}) = 1,01$ . Les élèves posent la question suivante : **D'où provient ce réel ?** On les explique :

– **A fin du premier mois Monsieur Moussa aura épargné :**

$$E_1 = 1000000 + 1000000 \times \frac{1}{100} = 1010000.$$

– **A la fin du deuxième mois Monsieur Moussa aura épargné :**

$$\text{On a : } E_2 = 1010000 + 1010000 \times \frac{1}{100} = 1010000(1 + \frac{1}{100})$$

$$\text{Donc } E_2 = 1020100.$$

– **A la fin du troisième mois Monsieur Moussa aura épargné :**

$$E_3 = 1020100 + 1020100 \times \frac{1}{100} = 1020100(1 + \frac{1}{100})$$

$$\text{C'est - à - dire } E_3 = 1030301.$$

– **A la fin du quatrième mois Monsieur Moussa aura épargné :  $E_4 =$**

$$1030301 + 1030301 \times \frac{1}{100} = 1030301(1 + \frac{1}{100})$$

$$\text{Donc } E_4 = 1040604.01$$

– **A la fin du cinquième Monsieur Moussa aura épargné :**

$$E_5 = 1040604.01 + 1040604.01 \times \frac{1}{100} = 1040604.01(1 + \frac{1}{100})$$

Donc  $E_5 = 1051010.05$

A la question 2) qui consiste à remplir le table au, l'élève le remplit sans difficulté et obtient :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$	1000000	1010000	1020100	1030301	1040604.01	10501010.05
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$	$\frac{E_1}{E_0}$	$\frac{E_2}{E_1}$	$\frac{E_3}{E_2}$	$\frac{E_4}{E_3}$	$\frac{E_5}{E_4}$	$\frac{E_6}{E_5}$
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$	$q$	$q$	$q$	$q$	$q$	$q$

A la question 3) les élèves constatent que le rapport  $\frac{E_{n+1}}{E_n}$ , pour  $0 \leq n \leq 5$  est le même, c'est - à - dire est constant et vaut  $q = 1,01$ . Nous leur expliquons que la constante notée  $q$  est appelée raison d'une suite géométrique.

Dans cette activité 3) nous venons d'amener les élèves à se familiariser avec les calculs et d'observer que  $\frac{E_{n+1}}{E_n}$  est une constante notée  $q$  pour  $0 \leq n \leq 5$ . Notre objectif n'étant pas encore atteint car, la formule d'une suite géométrique ne ressort pas dans cette activité 3), d'où la nécessité de l'activité 4) suivante :

## 1.4 Activité 4 : Suite géométrique II

Pour le voyage de son fils aîné qui souhaiterait poursuivre ses études en Europe après le baccalauréat, Monsieur Moussa dépose le 1<sup>er</sup> janvier 2012 dans la banque B une somme de  $X$  Francs FCA. Il fait le compromis suivant avec le banquier :

- L'épargne est bloquée : Il ne peut y ajouter de l'argent. Il ne peut non plus retirer ni l'épargne initial, ni les intérêts générés avant un certains temps assez long, fixé de commun accord.
- Son bénéfice est évalué à la fin de chaque mois à  $t\%$  et  $t > 0$  du montant total de l'argent épargné au cours du mois.
- A la fin de chaque mois, ce banquier calcule le bénéfice généré par l'épargne du mois et ajoute ce bénéfice à l'épargne.

On note :

- $E_n$  désigne le montant de l'avoir de Monsieur Moussa dans la banque B à la fin du

$n^{ième}$  mois.

- $E_0 = X$  l'épargne initiale.
- $n$  est un entier naturel qui désigne le numéro du mois.
- a) Déterminer le montant total de l'épargne de Monsieur Moussa à la fin du 1<sup>e</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> mois.
- b) Remplir le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$						
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$	$\frac{E_1}{E_0}$	$\frac{E_2}{E_1}$	$\frac{E_3}{E_2}$	$\frac{E_4}{E_3}$	$\frac{E_5}{E_4}$	$\frac{E_6}{E_5}$
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$						

- c) Comment procède t-on pour déterminer  $E_{n+1}$  à partir de  $E_n$ , pour  $0 \leq n \leq 5$ ?
- d) Déterminer la relation qui existe entre  $E_{n+1}$  et  $E_n$ , pour  $0 \leq n \leq 5$ .
- e) A partir des expressions de  $E_0, E_1, E_2, \dots, E_6$  en fonction de  $n$ , proposer une expression de  $E_n$ , en fonction de  $E_0$ , et  $n$ .
- f) Etablir l'expression précédente par récurrence sur l'entier  $n$ , en se servant de la relation  $E_{n+1}$  et  $E_n$  obtenue à la question c).
- g) Combien de mois lui faut-il pour avoir une épargne de total de 3.000.000 FCFA si  $t = \frac{1}{100}$  et  $X = 1.000.000$
- h) Entre l'épargne de la banque A et celle de la banque B, laquelle est bénéfique pour Monsieur Moussa ?

### Correction de l'activité 4

#### • Démarche à suivre

Les questionnaires de l'activité 4) étant posés, nous laissons 05 minutes aux élèves le temps pour eux de réfléchir sur ces questions. Pendant ce temps nous circulons dans la salle de classe, le temps attribué étant écoulé nous envoyons un volontaire au tableau. L'élève remarque et dit que l'activité 4) est similaire à l'activité 3) sauf que l'épargne initiale n'est pas connue ainsi que le taux de l'épargne. Pour cela, il utilise le même raisonnement qu'à la question a) de l'activité 3) et il trouve que :

- Au début du premier mois, l'épargne de Monsieur Moussa est :  $X = E_0$ .

- A la fin du premier mois, Monsieur Moussa aura épargné :

$$E_1 = E_0 + E_0 \times t = E_0(1 + t) = E_0 \times q. \text{ Car, d'après l'activité 2) } q = 1 + t$$

- A la fin du deuxième mois Monsieur Moussa aura épargné :

$$E_2 = E_0(1 + t) + E_0(1 + t) \times t = E_0(1 + t)(1 + t). \text{ Donc } E_2 = E_0(q)^2.$$

- A la fin du troisième mois Monsieur Moussa aura épargné :

$$E_3 = E_0(1 + t)^2 + E_0(1 + t)^2 \times t \text{ C'est - à - dire } E_3 = E_0(1 + t)^2(1 + t)$$

$$\text{donc } E_3 = E_0(1 + t)^3.$$

De manière analogue on aura :

- A la fin du quatrième mois Monsieur Moussa aura épargné :

$$E_4 = E_0 \times q^4.$$

- A la fin du cinquième mois Monsieur Moussa aura épargné :

$$E_5 = E_0 \times q^5.$$

- A la fin du sixième mois Monsieur Moussa aura épargné :

$$E_6 = E_0 \times q^6.$$

Nous demandons aux élèves s'il y a des questions ils répondent "**NON**", pour cela nous demandons à l'élève initialement au tableau de passer à la question précédente.

Pour la question b) l'élève remplit le tableau et on a :

n	0	1	2	3	4	5
$E_n$	$E_0$	$E_0 \times q$	$E_0 \times q^2$	$E_0 \times q^3$	$E_0 \times q^4$	$E_0 \times q^5$
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$	$\frac{E_1}{E_0}$	$\frac{E_2}{E_1}$	$\frac{E_3}{E_2}$	$\frac{E_4}{E_3}$	$\frac{E_5}{E_4}$	$\frac{E_6}{E_5}$
$\frac{E_{n+1}}{E_n}$	$q$	$q$	$q$	$q$	$q$	$q$

Le remplissage du tableau étant correct nous lui demandons de passer à la question c) qui est de savoir comment fait-on pour déterminer  $E_{n+1}$  à partir de  $E_n$  ?

L'élève répond que d'après le tableau  $\frac{E_{n+1}}{E_n} = 1 + t = q$  donc  $E_{n+1}$  s'obtient en multipliant  $E_n$  par  $q$ .

La question c) étant correcte, pour ce qui est de la question d) l'élève utilise la question c) qui donne l'égalité  $\frac{E_{n+1}}{E_n} = 1 + t$  et déduit que  $E_{n+1} = q \times E_n$ .

La solution étant correcte nous demandons à l'élève de passer à la question e) qui est de trouver une expression entre  $E_n$ ,  $E_0$ ,  $x$  et  $n$  à partir de  $E_1, E_2, E_3, E_4$  et  $E_5$ .

$$\text{On a : } E_1 = E_0 \times q.$$

$$P_2 = E_0 \times q^2.$$

$$P_3 = E_0 \times q^3.$$

.

.

.

Par itération sur  $n$  on aura donc :

$$E_n = E_0 \times q^n$$

Pour ce qui est de la question f) l'élève utilise l'expression obtenue à la question e) qui est :  $E_n = E_0 \times q^n$  pour démontrer le résultat sur l'entier  $n$ .

Pour  $n = 0$

On obtient :  $E_0 = E_0 \times q^0 = E_0$  d'où la propriété est vraie pour  $n = 0$ .

Supposons la propriété vraie au rang  $n$  et montrons que elle est aussi vraie au rang  $n + 1$  c'est - à - dire que  $E_{n+1} = E_0 \times q^{n+1}$ .

D'après la question d)  $E_{n+1} = q \times E_n = E_0 \times q \times q^n$  (Par hypothèse de récurrence) c'est - à - dire  $E_{n+1} = E_0 \times q^{n+1}$ .

D'où pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $E_n = E_0 q^n$ .

Pour la question g) l'élève effectue les opérations suivantes :

comme  $E_n = E_0(1 + t)^n$  alors  $E_n = (1,01)^n E_0$  équivaut à  $\frac{3.000.000}{1.000.000} = (1,01)^n$ . Donc  $n = \frac{\ln(3)}{\ln(1,01)} = 110,41$ . Or,  $109 < \frac{\ln(3)}{\ln(1,01)} < 111$ . D'où  $n = 111$  mois.

A la question h) l'élève trace le tableau suivant :

Mois	0	1	2	3	4	5
Banque $A_n$	1.000.000	1.010.000	1.020.000	1.030.000	1.040.000	1.050.000
Banque $B_n$	1.000.000	1.010.000	1.020.100	1.030.301	1.040.604,01	1.051.010,05

Du tableau, l'élève dit que les deux premiers mois, les deux banques produisent un même bénéfice. A partir du troisième mois, le bénéfice rapporté par la banque B est supérieur à celui de la banque A. Il conclut en disant que la banque B est bénéfique pour Monsieur

Moussa. Nous faisons aussi remarquer aux élèves que le nombre de mois que Monsieur Moussa doit faire pour avoir un montant de 3.000.000 étant supérieur dans la banque A que celle de la banque B, on peut aussi conclure que la banque B est bénéfique pour Monsieur Moussa. Donc  $\forall n \in \mathbb{N}, B_n \geq A_n$ . Nous avons la remarque suivante :

**Remarque 1.2.**  $(E_n)$  est l'expression d'une suite géométrique de raison  $q = 1 + t$  car, vérifie  $E_{n+1} = q \times E_n$ .

$(E_n)$  s'écrit en fonction de  $E_0, n, q$  comme suit :  $E_n = E_0 \times q^n$

En sommes, nous avons présenté un exemple d'introduction des suites arithmétiques et des suites géométriques par le calcul d'intérêt simple et composé.

Cette approche à les avantages suivants :

- Permettre à l'élève de découvrir les notions de suites arithmétiques et suites géométriques à travers une activité qui lui est familière.
- Permettre à l'élève de voir l'utilité, l'importance des suites arithmétiques et géométrique.
- La détermination de l'épargne  $E_n$  en fonction du nombre de mois ou d'année.
- La détermination du temps nécessaire pour épargner en montant précis.
- La comparaison des deux modes de calcul d'intérêt : intérêt simple et intérêt composé.