ENSEMBLE $\mathbb{C}$ DES NOMBRES COMPLEXES : ANALYSE A PRIORI DU COURS

Le cours que nous avons présenté aura besion de deux séances pour présenter en classe de terminale C.

La première séance a pour objectifs d'introduire l'ensemble des nombres complexes, reconnaître la forme algébrique d'un nombre complexe, effectuer les opérations avec ces nombres et représenter géométriquement un nombre complexe. Cette première séance durera 02 heures.

Dans un premier temps, les élèves s'installent et sortent leurs affaires : cahier de cours et d'exercices, stylos à bille, crayon ordinaire et instruments de géométrie qui a été anoncés avant. Une fois toutes les affaires sorties et le calme installé, je les demande si toutes les équations polynômiales à coefficient réels qu'ils ont déjà rencontré jusqu'aujourd'hui admettent toujours une solution. Ils vont répondre sans doûte « non ». Je les annonce donc que nous allons introduire dans les minutes qui suivent un ensemble dans lequel toutes ces équations admettent des solutions : c'est l'ensemble des nombres complexes.

Je donne un bref historique de cet ensemble et la raison pour laquelle il a été construit.

pour la suite nous passons à la première partie du cours où on veut définir un nombre complexe et connaître sa forme algébrique. Je leur donne d'abord l'activité 1.1. Une fois que tous les élèves ont l'énoncé de cette activité, je leur donne environ 5 minutes pour chercher. Pendant ce temps je circule dans la salle afin de m'assurer que tous les élèves travaillent. L'objectif ici est de leur faire découvrir ce que c'est qu'un nombre complexe sous sa forme algébrique. Ils pourront monter que l'équation (E) n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$ et admettre l'existence d'un nombre i tel que $i^2 = -1$ pour démontrer que (E) admet deux solutions dont ils détermineront en fonction de i. Je leur dirai ensuite que ces solutions sont des nombres complexes écrits sous leur forme algébrique car sont sous la forme $a + ib$, a et b étant des nombres réels. Les élèves répondront à la deuxième pour que je sois convaincu qu'ils ont compris ce qu'on entend par nombre complexe sous sa forme algébrique. Avec la dernière question ils sauront que $\mathbb{R}$ est contenu dans $\mathbb{C}$. Je rappelle que 3 élèves seront envoyés un à un au tableau pour la solution de l'activité, ces élèves auront le soutient des autres et aussi mon guide pour que le travail évolue rapidement.

Nous passons par la suite à ce qu'il faut reténir de cette première activité. Les élèves vont noter la définition 1.1, la notation 1.1, les définitions 1.2 et 1.3 au même moment que je copie au tableau. Pour l'exemple 1.2, je porterai le nombre complexe $z = -3 + 8i$ au tableau et leur demaderai de déterminer les parties réelle et imaginaire. Chacun pourrait noter dans son cahier et je passerai dans les rangs pour m'assurer si le message passe. Ensuite je leur donne la remarque 1.1 et la notation 1.2, puis je leur demande de citer quelques nombres imaginaires pures et de les noter dans leur cahier. Ils auront environ 1 minute pour trater l'exercice 1.

Maintenant nous entamons les opérations dans $\mathbb{C}$. Je laisse environ 02 minutes aux élèves pour chercher l'activité 1.2 qui ne causera sûrement pas de problème. La réponse trouvée fait l'objet de la propriété 1.1 qui noteront dans leur cahier. L'exemple 1.5 sera traité par les élèves eux-même. Pour l'activité 1.3 ils pourront la chercher à la maison et poser des questions au prochain cours s'ils ont rencontré des difficultés. Toujours à la maison il liront par la suite la propriété 1.2 et essayer de comprendre. Je donnerai ca-même quelques explications pour leur aider à mieux assimiler. Ainsi nous continuons avec l'exercice 2 où on soustrait les nombres complexes qui sera évidemment un exercice facile pour les élèves.

Nous poursuivons avec la multiplication. L'activité 1.4 permettra d'aboutir à la propriété 1.3. Les élèves pourront bien développer l'expression $(a + ib)(a' + ib')$ et la mettre sous la forme $A + iB$ où $A = aa' - bb'$ et $B = ab' + a'b$. Ainsi l'exemple 1.6 ne sera plus un problème. Les élèves vont rapidement traiter cet exemple et prendront les notes. Les activités 1.5 et 1.6 seront des travaux de maison. Des questions pourront être posées au prochain cours s'il ya des points obscures. Ils liront aussi attentivement les propriétés 1.4 et 1.5 à la maison pour comprendre. Les explications seront faites pour aléger la tâche. Les propriétés 1.6 et 1.7 seront démontrées par les élèves respectivement à l'aide des activités 1.7 et 1.8. Cela toujours avec mon guide. Ils prendront note par la suite. Je leur demanderai de régarder l'exercice 4 à la maison poser des questions à la prochaine séance s'ils ont rencontré des difficutés.

nous voici mantenant sur la partie : représentation géométrique d'un nombre complexe. Pour commencer cette partie je m'assure une fois de plus que les élèves ont leurs instruments de géométrie. Ils noteront que le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2)$ dans toute la suite. Je leur donne l'activité 1.10 et leur laisse 03 à 04 minutes pour chercher rapidement. Un élève passerai au tableau pour le corrigé de la première question qui leur permettront de comprendre qu'il existe une bijection entre $\mathbb{C}$ et $\mathbb{R}^2$. Un deuxième ira au tableau pour la deuxième question pour que je m'assure que cette bijection est bien comprise. Ils noteront ensuite la définition 1.4 L'exemple 1.7 et la définition 1.5 qui sera plus expliquée. Ils pourront observer le schéma qui suit pour reconnaître l'axe des réels et l'axe des imaginaires. Les notations $M(z)$ et $\overrightarrow{u}(z)$ qui noteront leur seront expliquées. On passe à l'exemple 1.8 qui permettra de leur expliquer davantage les notions d'image et d'affixe. Je donne l'exercice 5 à regarder à la maison et ils pourront poser des questions la prochaines fois. En ce qui concerne les propriétés 1.8 et 1.9, elles seront démontrées par les élèves à l'aide des activités 1.11 et 1.12. Les exemples qui suivent ces propriétés seront donnés aux élèves pour qu'ils comprennent l'application de ces résultats. Ils traiteront l'activité 1.13 qui leur sera donnée par la suite ; celle-ci pour comprendre la propriété 1.11 qui suit. Je leur donnera l'exemple qui talonne cette propriété pour application. L'exercice 6 sera un devoir de maison. Nous clôturons ainsi cette première séance. Je leur annonce que pour la prochaine fois nous allons voir le conjugué et le module d'un nombre complexe.

Nous voici à la deuxième séance qui a pour objectif de déterminer le conjugué d'un nombre complexe et utiliser le conjugué pour trouver les formes algébriques d'inverses et de quotients des nombres complexes ; déterminer le module d'un nombre complexe. C'est une séance de 02 heures.

Pour commencer je vais toujours m'assurer que les élèves sont bien installés et leurs affaires sorties et que la classe est calme. Je fais ensuite un bref révision sur le dernier cours. Nous régardons en 10 minutes les questions embarrassantes sur les exercices de maison que j'ai donné la dernière fois.

Nous passons maintenant à la partie : conjugué d'un nombre complexe. Les élèves vont traiter l'activité 1.14 pour découvrir le conjugué d'un nombre complexe. En effet je pense qu'ils maîtrise la notion de symétrie orthogonale qui les aidera dans cette activité. Ils pourront noter par la suite la définition 1.6 et l'exemple 1.11 qui vont leur permettre de bien comprendre la notion de conjugué. La propriété 1.12 sera immédiatement donnée aux élèves puisqu'elle découle immediatement de la définition. Ensuite nous passons à l'activité 1.15 qui permet de démontrer la propriété 1.13. Comme toujours, les élèves vont eux-même traiter cette activité avec mon apport. Une fois qu'ils ont compris la solution, ils noteront la propriété 1.13 et l'exemple qui suit. Nous poursuivons avec l'utilisation du conjugué ; il permet de déterminer les formes algébriques d'inverses et des quotients des nombres complexes. Après avoir recopié l'activité 1.16, les élèves vont la traiter avec mon guide. Ainsi ils comprendront comment déterminer la forme algébrique de l'inverse d'un nombre complexe. Je donne directement l'exemple 1.12 pour qu'ils comprennent mieux. L'exercice 7 sera à régarder à la maison et ils pourront poser des questions au prochain cours s'ils ont des difficultés. Ce qui nous permet de chuter à la dernière partie du cours : module d'un nombre complexe. Avant de commencer je demande aux élèves s'ils savent ce qu'on appelle valeur absolue. Ils répondront certainement oui. Ensuite je leur dirai que cette valeur absolue est appelée module quand il s'agit de nombre complexe. En 03 minutes environ, l'activité 1.17 sera traitée par les élèves ; ce qui leur permettra de voir comment calculer le module d'un nombre complexe. Ils pourront ensuite noter la déinition 1.7 qui en découle et prendre l'exemple 1.13 pour mieux comprendre. La propriété 1.15 suit immédiatement. Ils vont la noter et poser des questions s'il y en a et je réponds. Par suite 03 élèves passeront au tableau pour l'exemple qui suit. Une fois compris les élèves copient. La remarque 1.4 leur sera donné avec des explications.

Nous prendrons environ 03 minutes pour corriger l'exercice 8.

Les propriétés des modules peuvent suivre. En efet ils vont prendre l'énoncé de l'activité 1.18 et la traiter avec mon guide. Une fois la solution terminée, nous passons à l'énonciation de la propriété 1.16. L'exemple 1.14 suivra pour quelques éclaircissements. Nous terminerons avec la propriété 1.17 qui sera démontrée à l'aide de l'activité 1.19 à corriger par les élèves avec mon apport. L'exemple achève le cours.

Enfin je donne les exercices à faire à la maison pour la séance de travaux dirigés. Ces exercices seront tirés dans la partie des exercices d'entrainement.

ENSEMBLE $\mathbb{C}$ DES NOMBRES COMPLEXES : ANALYSE A POSTERIORI DU COURS

Mes deux séances de cours ne sont pas déroulées comme prévu. J'ai été peut-être très ambitieux de prévénir seulement deux séances de 02 heures chacune.

Pour la première séance, l'introduction s'est passée comme prévu. Ce débu a beaucoup intéressé les élèves, puisqu'ils avaient hâte de déouvrir ce nouvel ensemble.

Nous avons perdu plus de temps sur la première activité qui permettait de définir les nombres complexes. En effet l'utilisation du fait que $i^2 = -1$ n'était pas évident chez les élèves. Mais quelques élèves l'ont correctement utilisé. Les élèves étaient très attentifs au moment où j'expliquait ; ils étaient surpris de voir manipuler les nombres de carrés négatis. La deuxième question de l'activité a été très facile pour eux. La trosième a dérangé certains parce qu'ils ne constataient pas que si $b = 0$ dans l'écriture $a + ib$, alors $a + ib$ et un nombre réel. La prise de note n'a pas posé de problème. Au niveau où on leur a demandé de déterminer la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe, d'autre ont donné la partie imaginaire avec i. C'est pour cela que j'ai encore attiré leur attention sur le fait que la partie imaginaire d'un nombre complexe ne contient pa i, c'est un nombre réel.

La suite sur les opérations était vraiment fluide, mais au niveau de la multiplication quelques élèves avaient un problème avec l'égalité $i^2 = -1$. Par exemple, pour calculer opération $2i(2 + 3i)$, certains candidats ont fait comme suit :

$$2i(2 + 3i) = 4i + 6$$

J'ai un peu traîné à ce niveau pour mieux expliquer. Au niveau de l'activité 1.7, la démonstration par l'absurde a ménacé les élèves. Malgré qu'il y avait des élèves qui ne cherchaient pas, d'autres évoluaient, mais n'arrivaient pas à voir l'absurdité. Je les ai orienté au point qu'un de leur s'est retrouvé et a expliqué aux autres. Plus d'une dizaine d'élèves ont fait l'activité 1.8 en utilisant la propriété 1.6. Les autres étaient d'autant plus perdus. Une élève est passé au tableau et a expliqué à ses camarades qui n'avaient pas pu faire. Je rappele qu'après chaque explication d'un élève, je la renforcait pour plus de compréhension pour d'autres élèves.

Nous avons commencé la représentation géométrique d'un nombre complexe alors que j'avais encore à peine 40 minutes. Les 03 à 04 minutes que j'ai laissé aux élèves pour chercher l'activité 1.10 n'ont pas été suffisantes chez beaucoup. D'autres ne faisaient rien et attendaient seulement le résultat pour le copier. La démontration de la bijection était très difficile pour eux. J'ai été obligé de la faire moi-même en expliquant. Mais l'objectif pour moi n'était pas qu'ils sachent démontrer cette bijection, mais qu'ils comprennent qu'a chaque nombre complexe $a + ib$, on peut lui associer le point $M(a; b)$. Ce message est passé avec la deuxième question ; ils ont bien placé dans le plan les images demandées. La prise de note allait toujours vite. Les activités 1.11 et 1.12 qui permettaient d'énoncer respectivement les propriétés 1.8 et 1.9 n'ont pas posé beaucoup de difficultés aux élèves. Ils ont compris rapidement qu'il fallait utiliser le calcul de coordonnées vu dans les classes antérieures pour y aboutir à la solution. Ainsi cette partie du cours est allée à pas de course. Mais nous n'avons pas eu le temps pour faire des exemples et énoncer la propriété 1.11. Pour terminer cette séance qui n'a pas réussi comme prévu, je leur ai rappeler d'essayer les exercices de maison que j'ai donné.

Lors de la deuxième séance, j'ai fait un bref révision comme prévu et on a corrigé certaines questions qui embarrassaient les élèves sur les exercices de maison de la dernière fois. Tout ceci a pris environ 15 minutes.

Ensuite, nous avons continué avec le cours. J'étais obligé de revenir sur la propriété 1.11 qui était une propriété à énoncer à la première séance. L'activité qui permettait d'énoncer cette propriété a été faite rapidement par les élèves. Ils ont ensuite noté cette propriéte et l'ont correctement assimilé avec l'exemple qui suivait.

En ce qui concerne le conjugué d'un nombre complexe, l'activité 1.14 qui permettait de le définir n'a pas causé de problème aux élèves. Ils ont bien compris ce qu'on attend par conjugué d'un nombre complexe. La propriété 1.12 a été prise très rapidement et j'ai donné quelques explications pour qu'ils comprennent d'avantage cette propriété. Le corrigé de l'activité 1.15 a été très longue. A partir de la quatrième question, les élèves n'étaient plus beaucoup inspirés. J'ai moi-même pris la craie pour corriger doucement les question 4 et 5 en expliquant. La démonstration par récurrence qui suivait a été faite par un brave élève. Par la suite la propriété 1.13 est énoncée et les élèves ont pris note.

L'activité 1.16 est allée très vite. Les élèves ont compris à ce niveau comment utiliser le conjugué pour déterminer les formes algébriques d'inverses et de quotients des nombres complexes.

Par suite j'ai commencé avec le module d'un nombre complexe. Mais je me suis arrêté au niveau de la propriété 1.15. La déinition du module n'a souffri d'aucun problème. Les élèves l'ont rapidement assimilé.

En conclusion, je pense que tout ce que nous avons fait durant ces deux séances s'est bien déroulé. On peut constater que nous n'avons pas tout fait ce qui a été prévu pour ces deux séances. Ainsi, il fallait que je prévoie 03 séances pour enseigner ce cours : 02 séances de 02 heures chacune et une dernière d'une heure. En effet, à la trosième séance qui était prévu pour les travaux dirigés, j'ai utilisé 55 minutes pour terminer le cours.

J'ai utilisé environ 20 minutes pour faire une petite révision et corrigé quelques questions sur les exercices de maison. Par suite on a continué avec les propriétés des modules. L'activité 1.18 qui permettait de démontrer la propriété 1.16 n'était pas évidente pour les élèves. Il a fallu que je les oriente beaucoup pour qu'ils puissent traiter cette activité. Ils ont ensuite noté la propriété 1.16 après avoir compris la solution de l'activité. Enfin l'activité 1.19 est corrigée au tableau par un élève qui a bien cherché avec le temps que je leur ai laissé. La propriété 1.17 est énoncée avec des explications qui sont même appuyées avec l'exemple 1.15.