

PROBLEMES D'ASSIMILATION DE LA NOTION DE SIMILITUDES DIRECTES PLANES

Nom de l'étudiant: **MOUNTOUMJOU Abdel Aziz**

Nom de l'encadreur de l'ENS: **M. NNANG Hubert, MC, UY1**

Nom de l'inspecteur: **M. TCHOUTIO Moise**

Nom de l'encadreur du Lycée: **M. FOTSING Joseph**

Yaoundé, le 5 août 2014

♣ Table des matières ♣

Introduction	1
1 RECHERCHE DES PROBLEMES RENCONTRES PAR LES ELEVES	2
1.1 Présentation de l'épreuve	2
1.2 Objectifs de l'évaluation	5
1.3 Résultat de l'évaluation	5
1.4 Analyse des résultats de l'évaluation	6
2 ANALYSE DES PROBLEMES ET PROPOSITIONS DE SOLUTIONS	7
2.1 Les causes des problèmes	7
2.1.1 Les facteurs liés à l'enseignement	7
2.1.2 Les facteurs liés à l'environnement	8
2.2 Les conséquences des problèmes	9
2.3 Propositions de solutions aux problèmes	9
Conclusion	12

♣ Introduction ♣

Dans un monde en pleine mutation, la maîtrise et l'approfondissement des mathématiques apparaissent comme une condition indispensable au développement des nations surtout avec le développement des technologies de l'information et de la communication. Dans cette optique, nous travaillons sur les similitudes directes planes qui constituent la ressource n°25 du projet PRENUM-AC.

Pendant notre stage au Lycée Général Leclerc en classe de Terminale C_2 , nous avons constaté que les élèves avaient des problèmes pour assimiler le cours des similitudes directes planes dispensé par le professeur. Nous avons donc pour ambition d'aider les élèves de la classe de Terminale C à ce sujet. Pour cela, nous nous intéressons aux problèmes d'assimilation de cette notion. Quels sont les causes et les conséquences de ces problèmes ? Comment pouvons-nous résoudre ces problèmes ? Pour répondre à ces questions, nous réaliserons dans un premier temps un test auprès des élèves, ensuite les analyserons et donnerons quelques solutions pour résoudre ces problèmes.

RECHERCHE DES PROBLEMES RENCONTRES PAR LES ELEVES

Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons de manière exhaustive les difficultés que rencontrent les élèves a propos des similitudes directes planes. Pour cela, nous avons effectué une évaluation pour y parvenir.

1.1 Présentation de l'épreuve

Nous avons évalué, à l'examen du stage pratique comptant pour l'évaluation de la 5^e séquence, 31 élèves de la classe de Terminale C_2 répartis dans deux salles différentes, le samedi 26 avril 2013, de 8 heures 30 minutes à 12 heures 30 minutes et voici le sujet.

LYCEE GENERAL LECLERC	Evaluation de la 5 ^e séquence, 06/04/2013
Département de Mathématiques	EXAMEN PRATIQUE DE DIPES II
Classe : T ^{le} C ₂ Dure : 4H	EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Examineur : M. MOUNTOUNJOU Abdel Aziz Superviseur : M. TCHOKONA Donnatien

L'épreuve comporte deux exercices et un problème et toutes les parties sont obligatoires.

EXERCICE 1 (3,5pts)

1. Soit p un nombre premier et n un entier naturel strictement supérieur à p .

On pose $A = \frac{(n-p+1)(n+p)}{2}$ et $B = \frac{(n-p)(n+p+1)}{2}$.

1.1. Présentation de l'épreuve

- 1.a Justifier que $n - p$ et $n + p$ sont de même parité. **0,5pt**
- 1.b En déduire que A et B sont des entiers naturels. **0,5pt**
- 1.c Justifier que $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^{*2}, \text{pgcd}(a, b) = \text{pgcd}(a, a - b)$. **0,5pt**
- 1.d En déduire que $\text{pgcd}(A, B)$ est égal à 1 ou à p . **0,5pt**
2. L'espace affine euclidien (\mathcal{E}) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit (\mathcal{S}) la sphère d'équation cartésienne $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 11 = 0$, Ω son centre, $A(1, 1, 2)$ un point de l'espace et (\mathcal{P}) le plan passant par A et de vecteur normal $\vec{\Omega A}$.
- 2.a Démontrer que A est à l'intérieur de (\mathcal{S}) . **0,25pt**
- 2.b Déterminer l'équation cartésienne de (\mathcal{P}) . **0,5pt**
- 2.c Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathcal{P}) \cap (\mathcal{S})$. **0,75pt**

EXERCICE 2 (3pts)

On veut ranger trois boules distinctes numérotées de 1 à 3 dans quatre cases A, B, C et D . On suppose que chacune des cases peut contenir de zéro à trois boules et que tous les rangements ont la même probabilité de se réaliser. La position des boules dans les cases n'a pas d'importance.

1. Déterminer le nombre de rangements possibles. **0,25pt**
2. Calculer la probabilité des événements suivants :
- E : « toutes les boules sont dans la case A » **0,25pt**
- F : « il n'y a pas de boule dans la case A » **0,5pt**
- G : « la case A contient la boule portant le numéro 2 ». **0,5pt**
3. Soit X la variable aléatoire réelle qui à tout rangement associe le nombre de boules contenues dans la case A .
- 2.a Déterminer la loi de probabilité de la variable X . **1pt**
- 2.b Calculer l'espérance mathématique de la variable X . **0,5pt**

PROBLEME (13,5pts)

La partie A et B sont indépendantes.

PARTIE A (5pts)

1. On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = 2e^x$.

1.1. Présentation de l'épreuve

- 1.a Démontrer que la fonction g_0 définie $\forall x \in \mathbb{R}$ par $g_0(x) = x^2 e^x$ est solution de (E).
0,25pt
- 1.b Résoudre l'équation différentielle (E') : $y'' - 2y' + y = 0$. **0,5pt**
- 1.c Démontrer qu'une fonction g est solution de (E) si et seulement si $g - g_0$ est solution de (E'). **0,5pt**
- 1.d Déterminer les solutions générales de (E). **0,25pt**
- 1.e En déduire la solution g de (E) vérifiant $g(0) = 0$ et $g'(0) = -2$. **0,5pt**
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = x(x - 2)e^x$. Elle admet pour tout entier naturel non nul une dérivée d'ordre n notée $f^{(n)}$.
- 2.a Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R}, f^{(n)} = (x^2 + a_n x + b_n)e^x$ où a_n et b_n sont des entiers relatifs tels que $a_{n+1} = a_n + 2$ et $b_{n+1} = b_n + a_n$. **0,5pt**
- 2.b Calculer a_n en fonction de n . **0,25pt**
- 2.c Soit $\sigma_n = \sum_{k=1}^n a_k$. Calculer σ_n en fonction de n . **0,5pt**
- 2.d Justifier que $b_n = \sigma_{n-1} + b_1$. **0,75pt**
- 2.e En déduire l'expression de b_n en fonction de n . **0,25pt**
3. Soit m un nombre réel strictement négatif. On pose $I(m) = \int_m^0 f(x) dx$.
- 3.a En remarquant que f est la solution de l'équation différentielle (E), montrer que $I(m) = 4 - (m - 2)^2 e^m$. **0,5pt**
- 3.b Calculer $\lim_{m \rightarrow -\infty} I(m)$. **0,25pt**

PARTIE B (8,5pts)

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = x - 1 - \ln|x|$, f_1 sa restriction à $] -\infty, 0[$ et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un plan affine (\mathcal{P}) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (On prendra $2cm$ pour unité de longueur).
- 1.a Etudier les variations de f . **0,75pt**
- 1.b Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $] -\infty, 0[$ et que $-0,50 < \alpha < -0,25$. **(0,25x2)pt**
- 1.c Construire les points de (\mathcal{C}) d'abscisses respectives $-e, -1, -\frac{1}{8}, \frac{1}{e}, \frac{1}{2}, e$. **0,75pt**
- 1.d Tracer la courbe (\mathcal{C}) . **0,5pt**
- 1.e Montrer que f_1 admet une fonction réciproque f_1^{-1} définie sur \mathbb{R} . **0,25pt**
- 1.f Déterminer $f_1^{-1}(-2)$ et $f_1'(-1)$. En déduire que f_1^{-1} est dérivable en -2 et calculer sa dérivée en ce point. **(0,5x2)pt**

1.2. Objectifs de l'évaluation

2. Soit T la transformation du plan (\mathcal{P}) dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point $M' = T(M)$ d'affixe z' telle que $z' = (1 + i)z - 1$.
- 2.a Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - iz - 1 - i = 0$. **0,5pt**
- 2.b Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de T . **1pt**
- 2.c Donner l'expression analytique de la transformation T . **0,5pt**
- 2.d On désigne par Ω le centre de T . Montrer que le triangle $\Omega MM'$ est rectangle isocèle. **0,5pt**
- 2.e Soit (Γ) la représentation graphique dans (\mathcal{P}) de la restriction f_2 de la fonction f à l'intervalle $]0, +\infty[$. Montrer que l'image (Γ') de (Γ) par T est la représentation graphique dans (\mathcal{P}) de la fonction g définie par $g(x) = 2e^x - x - 1$. **0,75pt**
- 2.f Etudier les variations de la fonction g . **0,75pt**
- 2.g Montrer que (Γ') admet une asymptote non parallèle aux axes de coordonnées et tracer (Γ') . **(0,25+0,5)pt**

BONNE CHANCE!!!

Nous nous intéressons dans cette épreuve à la **PARTIE B** du problème qui porte sur les similitudes directes planes.

1.2 Objectifs de l'évaluation

Le but pour nous était d'évaluer :

1. la résolution des équations dans \mathbb{C} ;
2. la reconnaissance d'une similitude à partir de son expression complexe ;
3. la détermination des éléments caractéristiques d'une similitude directe plane ;
4. la détermination de l'expression analytique des similitudes directes planes ;
5. l'application des similitudes directes planes à la démonstration des propriétés ;
6. l'application des similitudes directes planes à la construction de l'image d'une figure.

1.3 Résultat de l'évaluation

Cette partie du problème a causé d'énormes difficultés aux élèves et le résultat suivant a été obtenu.

1.4. Analyse des résultats de l'évaluation

Question	NBA	NBT	Taux de réussite (%)
2a) Résolution de $z^2 - iz - 1 - i = 0$ dans \mathbb{C}	25	12	48
2b) Nature et éléments caractéristiques de T	25	24	96
2c) Expression analytique de la transformation T	24	21	87
2d) Preuve de " $\Omega MM'$ est rectangle isocèle"	17	2	11
2e) Preuve de " $g(x) = 2e^x - x - 1$ "	5	1	20
2f) Etude des variations de la fonction g	23	13	56
2g) Existence de l'asymptote et tracé de (Γ')	5	2	40
Taux de réussite global			51.14

NBA = Nombre de personnes ayant abordé la question

NBT = Nombre de personnes ayant trouvé la question

Une question est trouvée si l'élève a au moins la moitié des points de la question posée.

1.4 Analyse des résultats de l'évaluation

Les questions 2a), 2f) et 2g) nous ont donné pour taux de réussite 48%, 56% et 40% respectivement. Donc la résolution dans \mathbb{C} , l'étude d'une fonction et sa représentation sont comprises par les élèves.

Les questions 2b) et 2c) nous ont produit pour taux de réussite 96% et 87% respectivement. Donc la détermination de la nature et les éléments caractéristiques ainsi que l'expression analytique d'une similitude directe plane ne posent pas de problèmes chez les élèves.

Enfin, nous avons obtenu respectivement pour taux de réussite 11% et 20% pour les questions 2d) et 2e), ce qui traduit les difficultés qu'ont les élèves à utiliser les similitudes directes planes pour démontrer les propriétés. Donc les problèmes que nous relevons à l'issue de cette évaluation sont **les difficultés à utiliser les similitudes directes planes pour démontrer les propriétés.**

Conclusion

Les problèmes que nous avons recueillis sur le terrain nous ont permis de comprendre que les transformations du plan en l'occurrence les similitudes directes planes, ne sont pas toujours un acquis pour les élèves. Le chapitre suivant nous permettra d'analyser ces problèmes et de donner quelques pistes de solutions pour les résoudre.

ANALYSE DES PROBLEMES ET PROPOSITIONS DE SOLUTIONS

Introduction

Pour bien comprendre les problèmes d'assimilation de la notion des similitudes directes planes, nous allons dans ce chapitre dégager leurs causes et leurs conséquences et donner par la suite des conseils aux élèves et aux enseignants pour résoudre ces problèmes.

2.1 Les causes des problèmes

Les causes des problèmes cités ci-dessus sont classées en deux grands groupes : les facteurs liés à l'enseignement et les facteurs liés à l'environnement.

2.1.1 Les facteurs liés à l'enseignement

On peut citer :

- ★ **le manque de motivation chez les élèves.** Pour une bonne compréhension de la notion de similitudes directes planes, les élèves doivent être motivés. L'enseignant peut par exemple leur montrer son utilité dans la vie quotidienne. Les similitudes trouvent leurs applications en physique, en optique (dans la fabrication des lentilles, des lunettes optiques), en microbiologie (utilisation des microscopes), en architecture (utilisation de l'échelle d'une carte)...
- ★ **le manque de pré-requis.** Le comportement des élèves face à l'épreuve que nous leur avons soumis montre qu'il a un problème de pré-requis. Il faut donc avant d'aborder la notion de similitudes directes planes, que les élèves aient par exemple des connaissances sur les nombres complexes, les homothéties, les isométries.

2.1. Les causes des problèmes

- ★ **la mauvaise structuration et présentation du cours.** Ceci est la responsabilité des enseignants. Un cours de similitudes directes planes doit avoir une structuration qui doit permettre une meilleure assimilation de la notion. Il doit regrouper par exemple une liste de pré-requis, des objectifs à atteindre et chaque résultat doit être une élaboration de l'élève à partir des activités. Des exemples doivent être donnés pour l'application de ces résultats et des remarques s'il y a lieu pour une vision assez large. Pour illustrer certains détails, des figures sont très importantes. L'enseignant doit utiliser des instruments de géométrie, les craies de couleur et si possible les kits qui sont conçus pour la présentation du cours.

- ★ **la mauvaise organisation des apprentissages.** L'apprentissage des similitudes directes planes exige une bonne organisation chez les élèves.

- ★ **les erreurs relevant de la compréhension des consignes.** Les questions sont plus claires pour celui qui les pose en connaissant la réponse que pour celui qui le lit en se demandant ce qu'il faut répondre. Les mots tels que analyser, expliquer, en déduire et même construire posent souvent des problèmes aux enfants. Par ailleurs le vocabulaire employé dans certaines disciplines sont également source de difficultés chez les élèves. Les mots ou les expressions ont un sens particulier selon les disciplines et cela nécessite de la part de l'élève un cadrage pour leur emploi.
- ★ **les erreurs résultant d'habitudes scolaires et du mauvais décodage.** Les erreurs commises par les élèves sur les similitudes directes planes peuvent provenir des difficultés de l'élève à décoder les implicites de la situation.
exemple 2.1. Certains élèves confondent l'expression analytique d'une similitude directe plane à sa propriété caractéristique (voir cours).

- ★ **le choix des méthodes à utiliser.** Les élèves ont souvent l'embarras de choix entre la méthode algébrique et la méthode géométrique pour la résolution des problèmes des similitudes directes planes. Il faut donc multiplier les exercices pour pouvoir contourner ces difficultés.

2.1.2 Les facteurs liés à l'environnement

- ♠ **Dans l'environnement socio-économique,** on a par exemple le cadre familial d'étude de l'enfant à la maison, le niveau de revenu des parents, le moyen de transport pour aller à l'école, la fréquence de la ration alimentaire.

- ♠ **Dans l'environnement scolaire,** on peut citer les effectifs pléthoriques dans les salles

2.2. Les conséquences des problèmes

de classes. Dans ce cas, les conditions ne permettent pas à l'enseignant de suivre individuellement les élèves, vu le temps alloué à la leçon.

Après avoir cité les causes des problèmes, intéressons-nous à présent à leurs conséquences.

2.2 Les conséquences des problèmes

Les implications des problèmes d'acquisition de la notion des similitudes directes planes sont :

- ◆ **la non atteinte des objectifs de la notion de similitudes directes planes.** Les problèmes rencontrés par les élèves s'opposent aux objectifs tels que : la définition des similitudes, la détermination de la forme réduite d'une similitude directe plane, la caractérisation d'une similitude directe plane, la construction des images des figures simples, l'application des similitudes directes planes à la résolution géométrique des problèmes. Dans ce cas, les objectifs de la notion ne sont pas atteints.
- ◆ **l'obtention des mauvais résultats.** Quand de tels problèmes se présentent, il s'en suit les mauvais résultats. Quant aux similitudes directes planes, on peut s'appuyer par exemple sur les résultats de l'évaluation du chapitre 1 pour s'en convaincre où les taux de réussite des questions 2d et 2e sont très faibles.
- ◆ **l'échec scolaire** : c'est une implication directe des mauvais résultats.
- ◆ **les blocages dans les classes supérieures.** Dans l'enseignement supérieur, les similitudes directes planes s'étudient en dimension 3 mais utilisent les acquis de l'étude dans le plan. Les problèmes relevés ici peuvent y avoir d'incidence.

2.3 Propositions de solutions aux problèmes

Nous nous proposons dans cette section de donner quelques solutions aux problèmes d'acquisition de la notion de similitudes directes planes qui vont aider aussi bien les élèves que les enseignants.

- ♣ **Il faut amener les élèves à s'intéresser aux similitudes directes planes.** Il s'agit de les motiver en leur présentant par exemple l'utilité des similitudes directes planes dans la vie quotidienne.

2.3. Propositions de solutions aux problèmes

♣ **Les pré-requis doivent être clairement présentés en début d'une leçon.**

L'enseignant peut éventuellement procéder au test de pré-requis des similitudes directes planes et faire ensuite un rappel desdits pré-requis au cas où le test ne produit pas de bons résultats.

♣ **Le cours doit être bien structuré** pour permettre un meilleur apprentissage au sujet apprenant. Elle doit avoir des objectifs, des pré-requis. Les résultats (définitions, théorèmes, propriétés) doivent être précédés des activités et suivis d'exemples. Les remarques et certaines notes doivent aussi accompagner les résultats pour attirer l'attention des élèves sur certains cas de situation.

♣ **Le cours doit aussi être bien présenté.** Ceci implique la structuration du cours en titres, sous-titres, paragraphes, l'encadrement de certaines parties du texte, la variation de la police de caractère (taille, grassement, italiques, couleur) surtout pour les mots clés comme similitudes, forme réduite, centre, rapport, angle...

♣ **Les élèves doivent participer à l'élaboration du cours de similitudes directes planes.**

exemple 2.2. Pour définir les similitudes directes planes ou bien pour les caractériser, l'enseignant soumet l'apprenant à une activité où ce dernier va lui-même observer, interpréter, tirer la conclusion et bâtir sa propre définition ou son propre théorème.

♣ **Les élèves doivent travailler en groupe.** L'enseignant étant le planificateur des études peut grouper les élèves en équipes et chaque équipe est tenue d'exposer ses travaux. Cette méthode permet aux élèves de travailler en collaboration et aux enseignants, de suivre l'évolution des élèves.

♣ **Il faut favoriser l'apprentissage au niveau du processus de mémorisation.** On peut utiliser ici les tableaux, schémas ou graphiques.

exemple 2.3. Pour étudier les transformations affines f du plan d'écriture complexe $z' = az + b$, avec a et b des paramètres complexes, on peut construire le tableau suivant.

2.3. Propositions de solutions aux problèmes

Valeurs des paramètres a et b	Nature et éléments caractéristiques de f
$a = 1$ et $b = 0$	Identité du plan
$a = 1$ et $b \in \mathbb{C}^*$	Translation de vecteur $\vec{u}(b)$
$a = -1$ et $b \in \mathbb{C}$	Symétrie de centre $\Omega(\frac{b}{2})$
$a \in \mathbb{R}^* \setminus \{-1; 1\}$ et $b \in \mathbb{C}$	Homothétie de centre $\Omega(\frac{b}{1-a})$ et de rapport a
$a \in \mathbb{C}^* \setminus \{-1; 1\}$ tel que $ a = 1$ et $b \in \mathbb{C}$	Rotation de centre $\Omega(\frac{b}{1-a})$ et d'angle $\theta = \arg(a)$
$a \in \mathbb{C}^* \setminus \{-1; 1\}$ tel que $ a \neq 1$ et $b \in \mathbb{C}$	Similitudes directes planes de centre $\Omega(\frac{b}{1-a})$, de rapport $k = a $ et d'angle $\theta = \arg(a)$

- ♣ **Il faut proposer des exercices et problèmes variés sur les similitudes directes planes aux élèves** afin de les confronter à des diverses situations sur la notion.
- ♣ **Les élèves doivent bien lire les exercices** afin de déterminer les données et les questions posées car certaines données sont implicites et demandent la concentration.

♣ Conclusion ♣

Les problèmes d'assimilation des similitudes directes planes étant recherchés et étudiés, l'examen et l'analyse contribuent à améliorer le système éducatif et à booster les résultats scolaires, ce qui permettra dans l'avenir d'obtenir de meilleurs rendements en matière de réussite. Nous espérons que les solutions proposées permettront d'améliorer les performances des élèves ainsi que la qualité des prestations des enseignants même si tous les problèmes ne sont pas relevés. Il faut donc prendre en charge les erreurs commises par les élèves et savoir qu'ils ont des connaissances mal construites qui constituent les obstacles et qu'il faut détruire.