♠♣ Introduction ♣♠

Depuis de nombreuses années, la maîtrise et l'approfondissement des mathématiques apparaissent comme l'un des leviers de la cinématographie, par exemple le cas des dessins animés grâce à l'utilisation des transformations du plan et des nouvelles technologies de l'information et de la communication. Cependant, l'enseignement des transformations du plan n'est pas assez riche au Cameroun, c'est le cas **des similitudes indirectes** qui ne sont pas au programme officiel mais existent dans celui du Congo. Cependant, sous l'aspect de ses composantes, elles sont enseignées depuis les classes élémentaires (**symétrie par rapport à une droite,** $6^{me}; 5^{me}; 4^{me}$ **; homothétie à partir de** 3^{me}). Les apprenants sont surpris qu'on compose rotation et homothétie, mais qu'on refuse de composer réflexion et homothétie. Les apprenants éprouvent des difficultés au niveau de l'acquisition et de l'exploitation des diverses formes des similitudes indirectes (en particulier les réflexions et les symétries glissées), surtout la détermination des éléments caractéristiques. Nous avons pour ambition de montrer **l'importance des similitudes indirectes dans les enseignements**, et de montrer que les outils dont disposent les apprenants ne sont pas suffisants dans la résolution de certains problèmes de la géométrie affine. Quelle est l'importance des similitudes indirectes ?, Quelles sont les difficultés que rencontrent les apprenants sur quelques notions du programme(cas des réflexions, des symétries orthogonales et des coniques) ? Comment enseigner la composition des applications en particulier des applications affines et refuser la composition de deux autres que sont l'homothétie et une symétrie ? Quelles sont les applications de ladite notion en mathématiques, en physique et chimie ? Les réponses à ces questions feront le socle de notre travail.

Nous nous donnons pour objectif dans notre travail de montrer dans le chapitre premier l'importance des similitudes indirectes dans les enseignements. Ensuite dans le chapitre deux nous parlerons de quelques applications desdites similitudes en mathématiques, en physique et chimie. Et enfin dans le chapitre trois nous présenterons un exemple de cours sur les similitudes indirectes planes et traduction complexe dans le but d'aider les élèves de terminale C dans leur apprentissage des mathématiques.

Chapitre Un

IMPORTANCE DES SIMILITUDES INDIRECTES DANS LES ENSEIGNEMENTS

Introduction

Dans le but de montrer l'importance des similitudes planes indirectes dans nos enseignements, nous nous proposons dans ce chapitre de présenter quelques notions du programme qui causent de sérieux problèmes aux élèves dans la résolution des problèmes de géométrie : cas des réflexions, des symétries glisées et des coniques. Nous présentons aussi quelques insuffissances et paradoxes du programme officiel en classe de terminale C.

1.1 Les réflexions

Analysons l'extrait de deux excercices qui ont été proposé aux élèves de Terminale C du Lycée Leclerc au cours de cette année scolaire et les difficultés rencontrés par ceux-ci. Le premier exercice a été proposé pour le rattrapage de la quatrième séquence en $T^{le}C_1$ et le deuxième comme devoir en $T^{le}C_2$.

Exercice 1 : Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. A tout point M d'affixe z, on associe le point M_1, symétrique de M par rapport à $(x'Ox)$, puis le point M_2 image de M_1 par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$, puis le point M', image de M_2 par la translation de vecteur $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$.

1- a) Déterminer les affixes z_1 et z_2 des points M_1 et M_2.

b-) Montrer que l'affixe z' de M' vérifie : $z' = i\overline{z} + 1 - i$

2-) On note f l'application qui, à tout point M du plan, associe le point M'. Déterminer l'ensemble (D) des points invariants par f.

3- a) Calculer le quotient $q = \frac{z'-z}{1+i}$ et montrer que q est un imaginaire pur non nul.

b-) En déduire que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est orthogonal à (D).

4- a) Calculer, en fonction de z, l'affixe I du milieu du segment $[MM']$.

b-) Montrer que I appartient à (D).

5-) Quelle est la nature de l'application f ?.

L'objectif de cet exercice est de donner la nature de l'application f. Vu les exigeances du programme officiel, l'enseignant était obligé d'amener les élèves par la méthode analytique de déterminer d'abords les points invariants de l'application f, ensuite de calculer le quotient q qui n'est autre chose que le quotient d'affixe du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ par l'affixe du vecteur $\overrightarrow{w}$ où $\overrightarrow{w} = 1 + i$ est l'affixe du vecteur directeur de la droite (D), de montrer que le point I est milieu du segment $[MM']$ appartient à (D) et enfin de déduire la nature de f.

Cet exercice a causé beaucoup de difficultés aux élèves. Les resultats concernant uniquement la cinquième question ont été les suivants :

Exercice	Question	Pas de R	B.R	M.R	Taux de réussite
	5-)	10	22	27	37,28%

NB : R = Réponse ; B.R = bonne réponse ; M.R = mauvaise réponse.

L'objectif de cet exemple est de faire comprendre et de montrer comment il était très facile de réduire l'énoncé de cet exercice et aux élèves de répondre simplement à la question 5) au cas ou la notion de similitude indirecte et traduction complexe était enseignée.

En effet après la première question, la seule et dernière question serait : On note f l'application qui, à tout point $M(z)$ du plan, associe le point $M'(z')$ tel que $z' = i\overline{z} + 1 - i$

. Donner la nature et les éléments caractéristiques de f.

Les éléments de réponses à cette dernière question résident dans la propriété 4 de notre ressource qui constitue notre chapitre trois.

Les causes des difficultés rencontrées par les élèves sont liées au programme d'enseignement. Nous avons constaté lors de la correction de l'exercice 5 de la $5^{ème}$ séquence sur les similitudes directes que certains élèves ne connaissent même pas l'expression complexe d'une similitude indirecte(réflexion). Dans ce contexte, s'il était question de définir seulement l'application f qui à tout point $M(z)$ du plan, associe le point $M'(z')$ tel que $z' = i\overline{z} + 1 - i$ et démander aux élèves de donner sa nature et ses éléments caractéristiques, deux cas de situations pourraient se présenter :

• Certains élèves qui ne connaissent même pas l'expression complexe de similitudes indirectes (réflexions) trouveront qu'il y a une erreur de saisie, traiteront l'exercice sans $\overline{z}$ et trouveront que f est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ car en faite comme nous l'avons dit en introduction les apprenants sont surpris qu'on compose rotation et homothétie, mais qu'on refuse de composer réflexion et homothétie.

• D'autres, curieux signaleront avec certitude "ladite erreur" alors qu'elle n'existe pas. L'information selon laquelle l'exercice n'a aucun problème aiderait une minorité de se rappeler de leur cours sur la notion d'expression complexe d'une réflexion au cas où ladite notion a été au moins enseigné. Par contre d'autres ne fairaient plus ledit exercice pourtant très facile.

Malgré la bonne démanche pédagogique qui vissait à amener les élèves à déduire la nature de f, 3% ont repondu que f était une symétrie glissée sans préciser toutefois au moins le vecteur de translation.

Exercice 2 :

Le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ On considère la transformation T du plan complexe qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1}{5}(3-4i)\overline{z} - 2 + i$.

1) Donner l'expression analytique de T. Est-ce que T admet de point invariant ?

2) Déterminer la nature et la caractéristique de $T \circ T$.

En déduire la nature et les éléments caractéristiques de T.

Comme dans le cas de l'exemple 1, l'objectif dans cet exercice est de trouver la nature et les éléments caractéristiques de T. La méthode pédagogique est la même : l'utilisation de la méthode analytique pour déterminer l'ensemble des points invariants qui est une droite, ensuite de déterminer la nature de $T \circ T$ qui est l'application identité, et enfin d'en déduire la nature et les éléments caractéristiques de T. La déduction de la nature de T exige des pré-réquis. L'élève doit connaître le résultat suivant :

si une transformation f du plan admet comme ensemble invariant une droite (D) et on a : $f \circ f = id$ alors f est une réflexion d'axe (D). Mais seulement ce pré-réquis vu depuis la classe de prémière n'a aucun rapport avec les complexes, et s'il fallait rester dans le contexe des complexes les outils dont disposent les élèves seraient insuffisants. Une solution à ces insuffissances est d'enseigner aux élèves la notion de similitudes plane indirectes et traduction complexe comme nous enseignons les similitudes directes.

Nous n'avons pas tenu la $T^{le}C_2$ durant notre stage, il est difficile pour nous de faire un compte rendu sur les erreurs produites par les apprenants dans ledit exercice. Cependant si les élèves rencontrent déjà les difficultés sur la notion de réflexion vue dépuis la $6^{ème}$, qu'en est-il d'une nouvelle notion de terminale comme les symétries glissées ?

1.2 Les symétries glissées

Nous nous proposons d'analyser un exercice sur les symétries glissées afin d'évaluer si les outils dont dispossent les élèves sont suffissants et efficaces dans la résolution dudit exercice proposé comme devoir en $T^{le}C_2$ au lycée Léclerc.

Exercice :
On considère la transformation T du plan complexe qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1}{5}(3-4i)\overline{z} + 2 - i$.
1) Donner l'expression analytique de T. Est-ce que T admet de point invariant ?
2) Déterminer la nature et la caractéristique de $T \circ T$.
3) Soit $O' = T(O)$. Trouver l'affixe du point A milieu de $[OO']$. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de T.

La démarche pédagogique est la même : l'utilisation de la méthode analytique pour déterminer l'ensemble des points invariants de T, de donner la nature et les éléments caractéristiques de $T \circ T$ enfin de déduire la nature de T. Puisque T n'admet pas de point invariant et que $T \circ T$ est une translation alors T est une symétrie glissée. Il est donc difficile aux élèves bien que connaissant la nature d'après les deux prémières questions, de donner les éléments caractérisques de T sans l'introduction des points O et A dans l'énoncé.
En fait si la notion de similitude était enseignée, la réfomulation de cette exercice serait :
Réformulation de l'exercice :
On considère la transformation T du plan complexe qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1}{5}(3-4i)\overline{z} + 2 - i$.
Donner la nature et les éléments caractéristiques de T.

L'application de la propriété 4 de notre ressource faciliterait la résolution efficace de l'exercice.
Les difficultés des élèves proviennent parfois des cours qu'ils réçoivent car certains enseignants n'insistent pas sur l'expression complexes des réflexions et des symétries glissées. Ces expressions complexes sont identiques, seuleument Pour differencier une symétrie glissée d'une réflexion, il

faut faire une étude liée à celle des similitudes indirectes. En effet analysons l'extrait du cours d'un enseignant d'un lycée du pays sur les symétries glissées.

"**Propriétés** :

(i) Une symétrie glissée n'admet pas de point invariant.

(ii) Soit (Δ) une droite et $\vec{u} \neq \vec{0}$ un vecteur.

Si $\vec{u}$ est normal à (Δ) alors $t_{\vec{u}} \circ S_{(\Delta)}$ est une symétrie orthogonale.

Si $\vec{u}$ n'est pas normal à (Δ) on a $t_{\vec{u}} \circ S_{(\Delta)}$ est une symétrie glissée."

La notion de symétrie glissée dans ledit cours comporte une définition que nous n'avons pas trouvé important de restituer ici et la propriété ci-dessus.

A travers cet extrait de cours, il est question pour nous de souligner qu'en aucun moment une étude complexe des symétries glissées n'a été faite. Nous nous demandons : que peuvent faire ces élèves face à un exercice comme celui ci-dessus ? et si beaucoup d'enseignants enseigneaient cette léçon de la même façon, quels résultats positifs peuvent-ils espérer avoir ? Nous pensons qu'il est indispensable de faire une étude systématique des similitudes indirectes afin d'aider ces élèves qui peinent à ressoudre des problèmes triviaux de la géométrie affine.

1.3 Les coniques :

Nous nous proposons à partir d'un exemple d'envisager et d'analyser non seulement les difficultés que les èlèves rencontrent au niveau des coniques liés avec les complexes mais aussi leurs limites par rapport aux autres élèves de l'Afrique central afin d'insister sur l'importance des similitudes indirectes dans les enseignements. Malheureusement pour ces apprenants la notion de conique liée avec les complexes n'est pas aussi enseignée par certains enseignants, ce qui handicape plus les apprenants.

Exemple

Dans *Le plan complexe* $\mathcal{P}$ *muni du repère orthonormé* $\mathcal{R} = (O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, on considère l'application f qui au point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que : $z' = (1 + i\sqrt{3})\overline{z}$

1-) Donner la nature et les éléments caractéristiques de f.

2-) a) Donner l'expression analytique de f.

b) Déterminer l'ensemble des points invariants de la transformation f.

c) Définir la transformation réciproque f^{-1} de f.

3-) Calculer la distance de M à la droite $(D) : y = x$ en fonction de z.

4-) On suppose $z + \overline{z} + i(z - \overline{z}) \neq 0$. Soit le point F d'affixe $1 + 3i$.

Pour tout réel m strictement positif, (Γ_m) est l'ensemble des points M dont l'affixe z est solution de (E_m) : $|z-1-3i|-m|z+\overline{z}+i(z-\overline{z})|=0$

a-) Déterminer suivant les valeurs de m la nature de (Γ_m).

b-) Pour $m=\frac{\sqrt{2}}{8}$, donner les éléments caractéristiques de $(\Gamma_{\frac{\sqrt{2}}{8}})$.

5-) Soit $(\mathcal{C})$ la courbe d'équation : $6x^2-6xy\sqrt{3}+12y-16=0$

a) Déterminer une équation de $(\mathcal{C}')$ l'image de $(\mathcal{C})$ par f.

b) Quelle est la nature de $(\mathcal{C})$.

♦ **Analyse** :

L'objectif de cet exemple est de montrer l'écart des savoirs et savoirs faires que nos élèves ont par rapport aux autres élèves de la zone Afrique centrale.

La prémière question étant hors programme, il est évident q'aucun élève ne ferait ladite question, si oui par une recherche personnelle de ce dernier dans ses diverses lectures mais pourtant très facile (application du cours sur les similitudes indirectes planes). Les autres questions sont abordables. Nos élèves connaissent comment déterminer l'image d'une conique par une similitude directe mais cependant peu pourront faire la question 5).

Les difficultés que peuvent rencontrer nos élèves face à un tel excercice n'émanent pas de leur incompétence ou bien de leur faible niveau, mais seulement de la qualité de leur formation. Nous ne disons pas que ces élèves ne sont pas compétitifs avec les enseignements qu'ils reçoivent, mais nous disons plutôt qu'ils ont un déficit de formation par rapport aux autres élèves de l'Afrique centrale où les similitudes planes indirectes sont enseignées. En effet s'ils rencontraient un exercice similaire comme notre exemple dans un concours, beaucoup ne le liront pas plus de deux fois et ne le feront pas même s'il serait le plus facile. Au vu de tout cela, nous nous demandons si notre programme officiel en classe de terminale C ne présenterait pas des défaillances ou des insuffisances dans ses modules de formation.

1.4 Quelques paradoxes et insuffisances du programme officiel de $T^{le}C$

Nous présentons ici les items inscrits au programme, ensuite ceux qui sont hors programme et enfin les paradoxes desdits items.

Les items au programme sur les transformations du plan

Les notions suivantes sur les transformations de plan sont exigées au programme officiel :

1. La composée de deux rotations, de deux translations, de deux homothéties, de deux symétries d'axes sécantes et d'axes parallèles ;
2. La composée d'une translation et d'une symétrie orthogonale ;
3. La composée d'une rotation et d'une homothétie de même centre ou de centre distinct ;
4. L'étude des similitudes directes, de la composition des similitudes directes ;
5. La détermination de l'image d'une conique par les similitudes directes.

Les items hors programme sur les transformations du plan

1. L'étude des similitudes indirectes(Composée d'homothétie avec une symétrie orthogonale ou d'une similitude directe avec une symétrie orthogonale) ;
2. La détermination de l'image d'une conique par les similitudes indirectes ;
3. les rotations et les vissages dans l'espace ;
4. L'étude systématique des affinités en dehors du cercle principal d'une ellipse.

Quelques paradoxes du programme officiel

La notion de composée des applications est vue depuis la classe de première ainsi que celle de certaines transformations du plan. Les élèves connaissent depuis ladite classe les résultats suivants :

⧫ La composée d'une homothétie et d'une isométrie est une similitude et que si l'isométrie est un déplacemnent nous avons une similitude directe dans le cas contraire nous avons une similitude indirecte. Mais paradoxalement le programme officiel refuse que l'étude de la composée d'une homothétie et d'une symétrie orthogonale soit enseignée.

⧫ La composée de deux déplacements est un déplacement ; celle d'un antidéplacement et d'un déplacement est un antidéplacement ; et celle de deux antidéplacements est un déplacement. Mais paradoxalement la composée de deux similitudes indirectes (vu comme la composée de deux antidéplacements) donne une similitude directe qui est au programme.

Nous pensons que même l'étude des similitudes directes n'est pas complète puisque nous ne montrons pas à nos apprenants q'une similitude directe peut aussi être obtenue par la composée de deux similitudes indirectes.

Conclusion

Après l'analyse de certaines notions inscrites au programme officiel comme les réflexions, les symétries glissées et les coniques liées aux nombres complexes, il en ressort que les outils dont dispossent les apprenants sont insuffisants dans la résolution des problèmes de la géométrie en relation avec lesdites notions. Leurs champs de connaissances restent assez limités. Il en ressort aussi que nos programmes présentent des insuffisances. En effet l'étude des similitudes directes n'est pas complète puisque nous ne montrons pas à nos apprenants qu' une similitude directe peut aussi être obtenue par la composée de deux similitudes indirectes. Il est important que nous intégrons l'étude des similitudes indirectes dans notre programme officiel. Afin de consolider l'importance des similitudes indirectes dans les enseignements, quelles sont les applications de ladite notion ?

Chapitre Deux

QUELQUES APPLICATIONS DES SIMILITUDES PLANES INDIRECTES

Introduction

Les résultats de l'optique sont basés sur les propriétés des homothéties. L'étude de réflexion et refraction d'un rayon lumineux, les propriétés d'une image à travers un miroir sont basés sur les similitudes indirectes. Il y a beaucoup d'applications des propriétés des similitudes indirectes (bâtir des objets semblables). Une application pour partir d'un objet et obtenir son semblable peut être par une similitude indirecte. Réaliser le petit matériel est possible : une feuille de papier pour le plan symétrie par pliage. Nous nous proposons de souligner les applications des similitudes indirectes en mathématiques (géométrie, analyse, statistique) puis en physique et chimie.

2.1 Applications des similitudes indirectes en mathématiques

2.1.1 Changement de repère pour l'étude d'une conique :

Soit $(\mathcal{C})$ la courbe d'équation :
$91x^2 + 18\sqrt{3}xy + 73y^2 + (64 + 100\sqrt{3})x + (100 - 64\sqrt{3})y - 1436 = 0$ dans le repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$,
On pose : $\overrightarrow{e'_1} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{e_1} - \sqrt{3}\overrightarrow{e_2})$ et $\overrightarrow{e'_2} = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}\overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2})$
1-) Montrer que le repère $\mathcal{R}_\infty = (O, \overrightarrow{e'_1}, \overrightarrow{e'_2})$ est orthonormée.
2-) Donner une équation de $(\mathcal{C})$ dans $\mathcal{R}_\infty = (O, \overrightarrow{e'_1}, \overrightarrow{e'_2})$.
3-) Déterminer la forme réduite $(\mathcal{C}')$ de $(\mathcal{C})$ dans un repère $\mathcal{R}' = (O', \overrightarrow{e'_1}, \overrightarrow{e'_2})$ que l'on déterminera.

4-) Monntrer $(\mathcal{R}')$ est l'image de $(\mathcal{R})$ par la transformation g dont on précisera l'expression analytique et l'expression complexe.

Analyse et solution :

1-) Il suffit de montrer que $||\overrightarrow{e'_1}|| = ||\overrightarrow{e'_1}|| = 1$ et que $\overrightarrow{e'_1}.\overrightarrow{e'_2} = 0$

2-) Les formules de changement de repère de $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ à $(O, \overrightarrow{e'_1}, \overrightarrow{e'_2})$ sont : (S) $\begin{cases} x = \frac{1}{2}(X - \sqrt{3}Y) \\ y = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}X - Y) \end{cases}$

où un point M a pour coordonnées $(x; y)$ dans $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ et $(X; Y)$ dans $(O, \overrightarrow{e'_1}, \overrightarrow{e'_2})$.

Ainsi les termes de dégré 2 s'écrivent :

$91x^2 + 18\sqrt{3}xy + 73y^2 = \frac{91}{4}(X - \sqrt{3}Y)^2 + \frac{18\sqrt{3}}{4}(X - \sqrt{3}Y)(-\sqrt{3X} - Y) + \frac{73}{4}(-\sqrt{3}X - Y)^2$
$= \frac{91}{4}(X^2 - 2\sqrt{3}XY + 3Y^2) + \frac{18\sqrt{3}}{4}(-\sqrt{3}X^2 + 2XY + \sqrt{3}Y^3) + \frac{73}{4}(3X^2 + 2\sqrt{3}XY + Y^2)$
$= \frac{1}{4}(91X^2 - 182\sqrt{3}XY + 273Y^2 - 54X^2 + 36\sqrt{3}XY + 54Y^2 + 219X^2 + 146\sqrt{3}XY + 73Y^2)$
$= \frac{1}{4}(256X^2 + 400Y^2) = 64X^2 + 100Y^2$

Les termes de dégré 1 ou lineaires s'écrivent :

$(64 + 100\sqrt{3})x + (100 - 64\sqrt{3})y = (32 + 50\sqrt{3})(X - \sqrt{3}Y) + (50 - 32\sqrt{3})(-\sqrt{3}X - Y)$
$= (32x - 32\sqrt{3}Y + 50\sqrt{3}X - 150Y) + (-50\sqrt{3}X - 50Y + 96X + 32\sqrt{3}Y)$
$= 128X - 200Y$

Moralité : Dans le nouveau repère, $(\mathcal{C})$ a pour équation : $64X^2+100Y^2+128X-200Y-1436 = 0$

3-) Forme réduite de $\mathcal{C}$

$64X^2 + 100Y^2 + 128X - 200Y - 1436 = 0 \Longleftrightarrow 64(X^2 + 2X) + 100(Y^2 + 2Y) - 1436 = 0 \Longleftrightarrow$
$64(X + 1)^2 + (Y - 1)^2 - 1600 = 0 \Longleftrightarrow 64x'^2 + 100y'^2 = 1600 \Longleftrightarrow 16x'^2 + 25y'^2 = 400$

où (S') : $\begin{cases} x' = X + 1 \\ y' = Y - 1 \end{cases}$

Donc $(\mathcal{C}')$: $\frac{x'^2}{25} + \frac{y'^2}{16} = 1$ est la forme réduite de $(\mathcal{C})$ dans le repère $\mathcal{R}' = (O', \overrightarrow{e'_1}, \overrightarrow{e'_2})$ où $O'(1; -1)$

4-) D'après la question 2, (S) $\begin{cases} x = \frac{1}{2}(X - \sqrt{3}Y) \\ y = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}X - Y) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} X = \frac{1}{2}(x - \sqrt{3}y) \\ Y = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}x - y) \end{cases}$

En remplaçant X et Y dans (S'),

on a : (S') : $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}(x - \sqrt{3}y) + 1 \\ y' = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}x - y) - 1 \end{cases}$

Le système (S') est une expression analytique d'une similitude indirecte g où $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Comme $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ alors $g = s_{(D)} \circ t_{\overrightarrow{u}}$ ou $g = s_{(D)}$

Expression complexe de g : En posant $x = \frac{z+\overline{z}}{2}$ et $y = \frac{z-\overline{z}}{2i}$, on obtient $z' = \frac{1}{2}(1-i\sqrt{3})\overline{z}+1-i$

Conclusion : $g((\mathcal{R})) = (\mathcal{R}')$

2.1.2 Construction des configurations :

<u>**Exemple :**</u> $ABCO$ est un trapèze rectangle tels que OBC est un triangle isocèle. Soient H le projeté orthogonal de O sur $[BC]$, s la symétrie d'axe (OH) et t la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

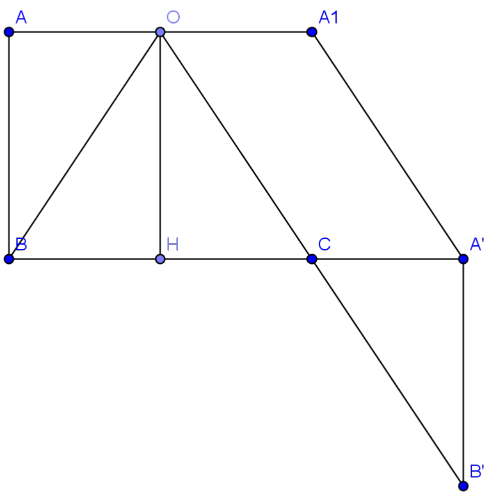
On pose $g = t \circ s$.

Construire l'image $O'A'B'$ du triangle OAB par la transformation g et en deduire sa nature.

<u>**Solution**</u>

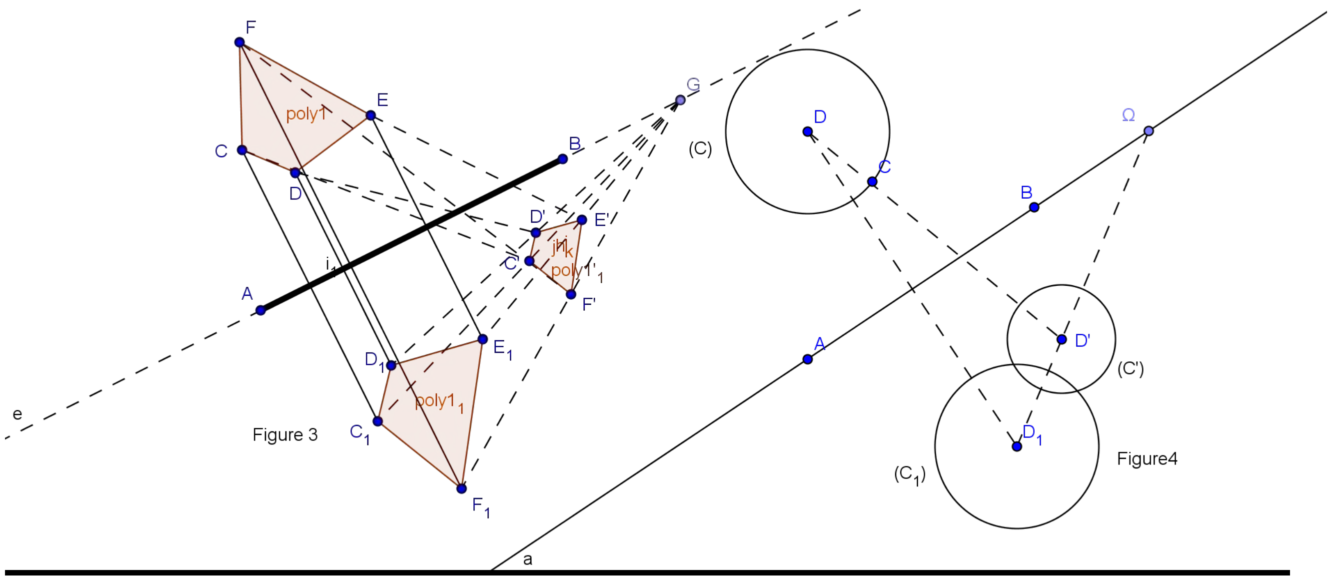
On a : $g(O) = C = O'$; $g(A) = A'$ et $g(B) = B'$ (voir figure ci-dessous)

g est une symétrie glissée.



<u>**Quelques constructions**</u> :

Image d'un polygone par la symétrie d'axe (AB) suivi de l'homothétie de centre G et de rapport $\frac{1}{2}$ (figure 3). (C') est l'image de (C) par la symétrie d'axe (AB) suivi de l'homothétie de centre (Ω) de rapport $\frac{2}{3}$ (Figure4)



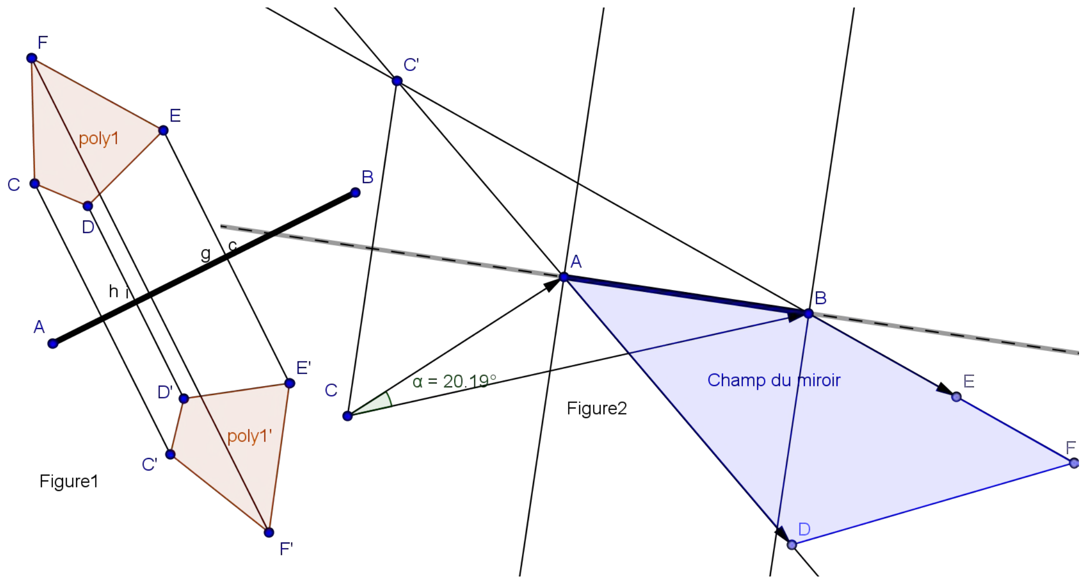
2.1.3 Résolution des problèmes pratiques (réflexion)

♦ En **analyse** par exemple la construction des courbes représentatives des fonctions réciproques se déduisent généralement par la symétrie par rapport à la première bissectrice. Le même résultat est obtenu pour la représentation des courbes des fonctions puissances $x \longmapsto x^{\alpha}$ et $x \longmapsto x^{\frac{1}{\alpha}}$. Les courbes représentatives des fonctions $x \longmapsto -f(x)$ et $x \longmapsto f(-x)$ se déduissent de celle de f par la symétrie d'axes (OI) et (OJ) respectivement.
♦ En **statistique** la construction du polygone des effectifs cumulés décroissants se déduit de celui des effectifs cumulés croissants par la symétrie d'axe $y = \frac{N}{2}$ où N est l'effectif total de la série statistique.

2.2 Application des similitudes indirectes en physique et chimie (cas de réflexion)

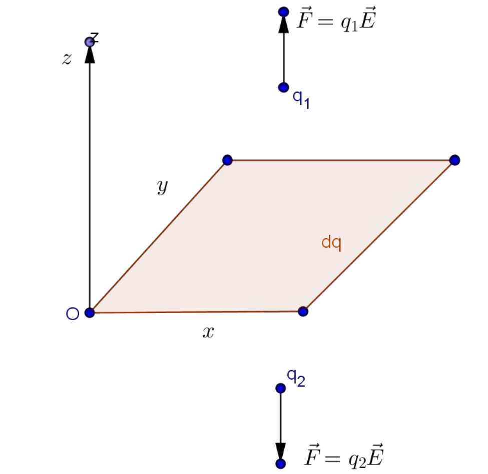
2.2.1 En physique

♦ La position objet-image par rapport à un miroir plan utilise les propriétés de la réflexion. (Voir figure 1) où CDEF est l'objet et C'D'E'F' est l'image
♦ Dans la vie quotidienne la surveillance dans des magasins ou super marché se fait parfois grâce aux miroirs plan.
Exemple : Un virgile veut surveiller à l'aide du miroir plan $[AB] = 3m$ un secteur angulaire dont il ne connait pas la mesure, mais il sait qu'il observe son miroir sous l'angle de 20,19°. Quel est la mesure du secteur angulaire dont il veut surveiller ?
D'après les propriétés des symétries orthogonales l'angle sous lequel il observe son miroir est le même que le secteur angulaire de la zone de surveillance (voir figure2)



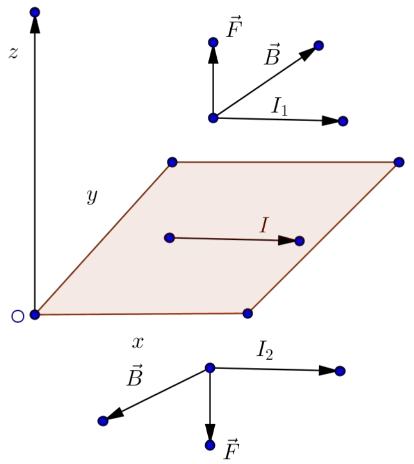
♦ Lorsqu'on calcule l'effet physique des champs sous la forme de force de Lorentz, dans les deux cas (électrique ou magnétique) la force, qui elle est intrinsèque, aura la même valeur et orientation après application des éléments de symétrie des causes.

Par exemple considérons une surface chargée d'une densité de charges telle que $dq = \sigma dS$, de faible épaisseur, contenue dans le plan xOy, et de dimension infinie. Tout plan orthogonal à xOy est manifestement un plan de symétrie des causes du champ électrique, et le champ électrique doit donc être contenu dans ce plan ; le champ électrique est donc orienté suivant Oz et les forces subies par une éventuelle charge q_1 auront la même direction et finalement présenteront la même symétrie que les charges. Si nous considérons une charge q_2 symétrique de q_1 par rapport au plan xOy, celle-ci subit une force $\overrightarrow{F}$ symétrique de la précédente.



Symétrie de la force créée par une distribution surfacique de charge électrique

Si maintenant nous considérons dans les mêmes conditions une nappe de courant contenue dans le plan xOy et un courant I coulant dans la direction Ox par exemple, le plan xOy est plan de symétrie donc le champ magnétique lui sera orthogonal, et le plan yOz est plan d'antisymétrie donc le champ sera contenu à l'intérieur. On peut donc prévoir une direction suivant Oy pour le champ magnétique ; si maintenant nous considérons un fil électrique parallèle à Ox à une certaine distance du plan parcouru par une intensité I_1 celui ci va subir une force de Laplace $\overrightarrow{F}$ suivant Oz qui présentera bien les symétries planes des courants. Si maintenant nous considérons un fil parcouru par un courant I_2 symétrique de I_1 par rapport au plan , le champ magnétique change de sens sur ce fil, ainsi que la force de Laplace qui a un sens conforme à l'intuition (deux fils parcourus par des courants parallèles se repoussent).

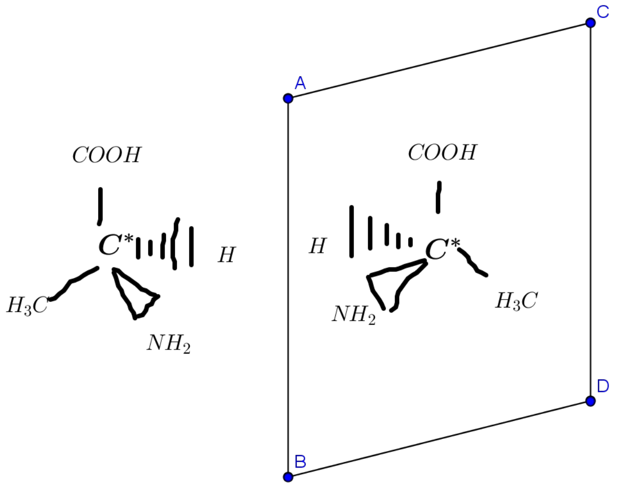


Symétrie de la force créée par une distribution surfacique de courant électrique

Ces considérations de symétries permettent à anticiper sur la forme des lignes de courant (les lignes sur lesquelles les champs ne varient pas) de choisir de façon pertinente les surfaces ou les parcours pour l'application des théorèmes de Gauss ou d'Ampère.
L'étude des mouvements physiques utilise aussi le changèment de repère. En effet dans un repère donné, l'étude de certains mouvements se fait dans un nouveau repère image du premier par une similitude plane indirecte.

2.2.2 En chimie

Le concept de chiralité(façon de placer les groupes autour du carbone asymétrique), a été résolu par la notion de réflexion liée au miroir plan. En effet pour une molécule, on peut avoir deux stéréoisomères(des molécules qui ne diffèrent que par leur position des atomes dans l'espace) et on constate que l'un des stéréoisomères n'est pas superposable à l'autre dans un miroir plan comme la main qui n'est pas superposable à son image à travers un miroir plan. Ainsi une molécule chirale est non superposable à son image dans un miroir plan.
Exemple : La molecule de l'alanine ou acide-2-aminopropanoïde.



Conclusion

Les diverses applications des similitudes planes indirectes facilitent l'étude des coniques par un chagement de repère et la construction des courbes de certaines fonctions. La notion de réflexion par rapport au miroir plan permet non seulement de connaître les propriétés entre objet-image, mais aussi de résoudre les problèmes de surveillance. les symétries permettent à anticiper sur la forme des lignes de courant (les lignes sur lesquelles les champs ne varient pas) de choisir de façon pertinente les surfaces ou les parcours pour l'application des théorèmes de Gauss ou d'Ampère. Dans l'étude des structures des molécules, les résultats sur le concept de chiralité ont été developper. Le chapitre suivant est un exemple de cours sur les similitudes indirectes afin d'aider non seulement les élèves de terminale C dans leur apprentissage des mathématiques mais aussi de résoudre de façon efficace les problèmes et difficultés que nous avons mentioné dans notre chapitre premier.