ENSEIGNER LA DÉRIVÉE

Ecrit par

KOYAM Laguerre

dirigé par

Pr. Lawrence DIFFO LAMBO

Yaoundé, le 16 juillet 2014

♣ Déclaration sur l'honneur ♣

Le présent travail est une oeuvre originale du candidat et n'a été soumis nulle part ailleurs en partie ou en totalité, pour une autre évaluation académique. Les contributions externes ont été dûment mentionnées et recensées en bibliographie.

KOYAM Laguerre.

♣ Résumé ♣

Nous montrons dans ce travail, que l'enseignement de la dérivée mobilise plusieurs concepts et requiert une attention particulière. Pour ce faire, nous menons une étude statistique sur le programme officiel, les manuels scolaires au programme et analysons huit (08) manuels de mathématiques du secondaire en classes de premières et terminales scientifiques pour inventorier ces concepts. De ces concepts, nous identifions que le concept central dans l'enseignement de la dérivée est le nombre dérivé. Puis, nous nous intéressons aux stratégies et pratiques utilisées pour l'enseigner. Nous présentons deux catégories de difficultés liées à la notion de dérivée notamment les difficultés liées aux concepts qu'elle englobe, et les difficultés liées à la dérivée elle-même et faisons des suggestions à l'endroit des enseignants.

♣ Abstract ♣

We show in this work that, derivative teaching mobilises many concepts and requires a lot of particular attention. For this, we do statistical investigation on the syllabus, the texbook required and we ananlyse eight mathematics textbooks for lower sixth and upper sixth classes to enumerate these concepts. Between all these concept we find out that the main concept in derivative teaching is the gradient function. Next we interest ourselves on strategies used when teaching derivatives. We present two groups of difficulties related to the notion of differentiation namely difficulties linked to the derivative itself and we propose solutions to solve these difficulties and we adress suggestions toward mathematic teachers.

♣ Table des matières ♣

♣ Introduction ♣

La notion de dérivée est très importante. En effet, elle entre dans la modélisation mathématiques de plusieurs contextes du monde réel. En mathématiques, elle joue un grand rôle dans l'étude des fonctions. En physique, elle intervient en cinématique pour modéliser le concept de vitesse. L'intensité du courant électrique en un point d'un conducteur, la puissance d'un moteur, la force électromotrice induite sur une bobine baignant dans un champ électromagnétique s'obtiennent en dérivant par rapport au temps respectivement la quantité d'électricité traversant la section dudit conducteur audit point ; aussi l'énergie mécanique développée par ledit moteur et le flux du champ électromagnétique traversant la même surface entourée par les spires de ladite bobine.
En géographie, le débit d'un fleuve est la dérivée par rapport au temps de la quantité d'eau traversant une section de ce fleuve. Des applications de la dérivée abondent en biologie, en économie, etc....
Le domaine des équations différentielles, qui jouit d'une très grande portée transdisciplinaire, étudie le problème de la détermination d'une fonction satisfaisant avec sa dérivée et / ou certaines de ses dérivées d'ordre supérieur à une équation donnée.

Le lecteur intéressé par les utilisations transdisciplinaires de la dérivée pourra consulter NGUELE MVE François Landry (La dérivée comme notion transdisciplinaire). Ce dernier mentionne qu'enseigner la dérivée présente l'important défi de tenir compte de la nécessité de développer des compétences permettant d'identifier un contexte réclamant l'utilisation de la dérivée et de résoudre le problème de modélisation associé.

Notre travail est organisé en deux chapitres comme suit. Le chapitre 1 est consacré aux pratiques des manuels pour l'enseignement de la dérivée. Le chapitre 2 est consacré aux difficultés de la dérivation et quelques suggestions qui ont été fait à l'endroit des enseignants du secondaire.

Chapitre Un

PRATIQUES DES MANUELS POUR L'ENSEIGNEMENT DE LA DÉRIVÉE

1.1 Notion de dérivée dans le programme officiel

Dans le programme officiel Camerounais la notion de dérivée est introduite dans le cours de mathématiques à partir de la classe de première et plus tard enseignée en terminale. La dérivée est la notion centrale du programme d'analyse. En classe de première scientifique, son étude est orientée vers son application à l'étude des fonctions, la recherche d'extremums et d'approximation tandis qu'en classe de terminale scientifique, la dérivée joue un rôle de premier plan dans le calcul d'intégrale et qui a pour objectif de montrer qu'on peut déterminer les dérivées de nombreuses fonctions à partir des dérivées connues des fonctions de référence.

1.2 Inventaire des concepts qu'on peut rencontrer dans l'enseignement de la dérivée

Notre préoccupation dans cette partie est de parcourir divers manuels scolaires de mathématiques au programme scolaire, en classe de première et terminale scientifiques, et lister les concepts qu'on y rencontre dans un cours sur la dérivée. Pour chacun de ces concepts, nous notons s'il est non évoqué, juste évoqué, évoqué et étudié, évoqué et étudié avec approfondissement.
Un concept est non évoqué s'il n'est pas abordé dans les manuels consultés. Il est juste évoqué s'il est seulement défini. Il est évoqué et étudié s'il est défini et appliqué dans les exemples et dans les exercices. Il est évoqué et étudié avec approfondissement si en plus

de sa définition et de son application, il est interprété de différentes manières et utilisé pour définir d'autres concepts.

Au sujet des manuels scolaires, nous avons consulté les collections CIAM, MAJORS EN MATHÉMATIQUES et TRANSMATH des premières et terminales scientifiques. Nous avons rencontré les concepts suivants : le nombre dérivé, la tangente, la dérivabilité, la dérivabilité à gauche et à droite, les demi-tangentes, la monotonie, les extremums, la concavité, la continuité, l'encadrement et le point d'inflexion. Notre objectif est de nous intéresser à la notion centrale dans l'enseignement de la dérivée. Nous donnons ci-dessous le tableau récapitulatif de l'utilisation de ces concepts dans les manuels sus-cités. Nous adoptons la légende suivante. Nous avons utilisé les chiffres de 0 à 3 en fonction de la profondeur avec laquelle le concept a été utilisé. Les manuels n'ont pas traité les concepts avec le même degré d'approfondissement. C'est ainsi que 0 signifie le concept est non évoqué alors que 3 signifie que le concept est évoqué et étudié avec approfondissement. En détail, nous avons donc la légende suivante :

Légende des concepts :

✓ 0 pour un concept non évoqué ;

✓ 1 lorsque le concept juste évoqué ;

✓ 2 lorsque le concept évoqué et étudié ;

✓ 3 lorsque le concept évoqué étudié avec approfondissement ;

Quand aux concepts eux-mêmes, nous les avons représenté avec des cygles alphabétiques comme suit :

✓ $N.D$ représente le concept de nombre dérivé ;

✓ Tan pour le concept de la tangente ;

✓ *Appro* pour le concept d'approximation affine ;

✓ *Der* pour le concept de dérivabilité

✓ $D.G$ et $D.D$ pour le concept de dérivabilité à gauche et dérivabilité à droite respectivement ;

✓ $D.Tan$ pour le concept de la demi-tangente ;

✓ $D.D.S$ pour le concept de dérivabilité d'ordre supérieur

✓ $Mono$ pour le concept de la monotonie ;

✓ *Extr* pour le concept des extremums ;

✓ *Conc* pour le concept de la concavité ;

✓ *Cont* pour le concept de la continuité ;

✓ *P.I* pour le concept du point d'inflexion ;

✓ *I.A.F* pour le concept des inégalités des accroissements finis.

Nous donnons ci-dessous le tableau récapitulatif de l'utilisation de ces concepts dans les manuels sus-cités.

Tableau 1 : Récapitulatif des concepts rencontrés dans le cours de dérivée en classes des premières scientifiques

	N.D	Tan	Appro	Der	DG et DD	D-Tan	D.D.S	Mono	Extr	Conc	Cont	P.I	I.A.F
CIAM S.E	3	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	0
CIAM S.M	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0
MAJORS C et E	3	2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0	0
TRANSMATH ES	3	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0

FIGURE 1.1 –

Tableau 2 : Récapitulatif des concepts rencontrés dans le cours de dérivée en classes des terminales scientifiques

	N.D	Tan	Appro	Der	DG et DD	D-Tan	D.D.S	Mono	Extr	Conc	Cont	P.I	I.A.F
CIAM S.E	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
CIAM S.M	3	2	0	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2
MAJORS C et E	3	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
TRANSMATH	3	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2

FIGURE 1.2 –

Nous constatons dans le premier tableau que les concepts *P.I* et *I.A.F* sont non évoqués dans aucun des manuels consultés parce qu'ils ne sont pas explicitement au programme en classe des premières. Les manuels CIAM S.E et TRANSMATH n'y font pas allusion aux concepts *D.D*, *D.G* et *D.Tan* alors que CIAM S.M et MAJORS EN MATHÉ-

MATIQUES les évoquent et les étudient. Les concepts Tan, $Appro$, Der, $Mono$, $Extr$, $Conc$, $Cont$ sont évoqués et étudiés dans les manuels sus-cités en classe de premières.

Dans le second tableau, nous remarqouns que les concepts Tan, $D.D.S$, $Mono$, $Extr$, $Conc$, $P.I$, $I.A.F$ sont évoqués et étudiés dans les manuels consultés en classe de terminales scientifiques. Les concepts *Appro*, et *D.tan* sont évoqués et étudiés dans les manuels CIAM S.E et TRANSMATH alors qu'ils sont juste évoqués dans CIAM S.M et MAJORS EN MATHÉMATIQUES. Les manuels CIAM S.M et TRANSMATH n'y font pas allusion aux concepts *Appro* et *D.tan* respectivement alors que CIAM S.E et MAJORS EN MATHÉMATIQUES évoquent et étudient le concept *D.tan*. Le concept du nombre dérivé est évoqué et étudié avec approfondissement dans tous les manuels utilisés.

Il ressort de l'analyse de ces tableaux que le concept central dans l'enseignement de la dérivée est le "nombre dérivé". Or cette notion s'accompagne de beaucoup d'autres concepts dans les pratiques de son enseignement en classe. En effet, ce nombre est porteur de beaucoup des renseignements sur les propriétés de la fonction par exemple si le nombre dérivé est positif alors la fonction varie dans le même sens que la variable. Il donne l'information sur l'intensité de la vitesse d'augmentation de la fonction en fonction de l'augmentation de la variable. Le nombre dérivé proche de zéro décrit une fonction dont la valeur augmente de manière très modérée alors que les nombres proches de plus l'infini (il arrive que le nombre dérivé tende vers $+\infty$ alors que la variable tend vers une valeur x_0 spécifique) décrivent une fonction croissante de manière abrupte. Bref, il est évoqué et étudié avec approfondissement dans tous les manuels de mathématiques consultés. Cependant, il est important de connaitre les stratégies et pratiques utilisées dans ces manuels pour l'enseigner.

1.3 Notion de dérivée dans les manuels ci-dessus

Parlant des manuels scolaires cités ci-dessus, le plus utilisé est celui de la collection CIAM. En plus de CIAM, nous considérons aussi les MAJORS EN MATHÉMATIQUES ainsi que TRANSMATH. Notre préoccupation est d'identifier dans ces manuels les stratégies et pratiques utilisées pour introduire la notion du nombre dérivé. Nous avons retenu trois (3) : l'aspect graphique, l'aspect analytique, et l'aspect modélisation.

1.3.1 L'enseignement du nombre dérivé dans la collection CIAM

En première S.E

Dans le manuel de première S.E, la dérivée se trouve au chapitre 6 intitulé "DÉRIVATION" dont sa structure est la suivante :

1- Dérivation en un réel a

1.1- Nombre dérivé

Cette partie commence par un exemple introductif. Par suite, une définition analytique et graphique du nombre dérivé est donnée.

1.2- Dérivation en un réel a et fonctions élémentaires

Cette partie comporte la dérivée des fonctions constantes, fonctions puissances, fonctions inverses, fonction racine carrée, fonctions sinus et cosinus. Un cas particulier où $a = 0$ de dérivée des fonctions sinus et cosinus est donné graphiquement, puis analytiquement ainsi que le cas général.

2- Détermination de la dérivée

2.1- Fonction dérivée

Cette partie comporte un exemple introductif, une définition, un tableau récapitulatif des dérivées des fonctions élémentaires. Elle se termine par la "Dérivation et Continuité en un point a".

2.2- Opération sur les fonctions dérivables

Cette partie comporte les propriétés fondamentales des dérivées des fonctions somme, produit, puissance, inverse, quotient, racine carrée, les remarques . On donne aussi la dérivée de la fonction $x \mapsto g(\alpha x + \beta)$, où g est une fonction dérivable.

3- Dérivée et sens de variations

3.1- Sens de variation d'une fonction dérivable

Cette partie contient deux activités préparatoires, et un cas d'étude graphique.

3.2- Extremum relatif d'une fonction

Ici, une activité préparatoire sur comment trouver un minimum ou un maximum relatif est donnée et illustrée par la fonction à variable réelle $f : x \mapsto -x^3 + 3x^2 - 3$. Puis, après la propriété,on donne également un exemple illustré par la fonction polynôme $f : x \mapsto -3x^4 + 4x^3 - 2$.

1.3.2 Travaux pratiques

Cette partie comporte deux travaux pratiques répartis comme suit.

$TP1$ Tangente à un cercle, aspect analytique et géométrique.

$TP2$ Approximations : une configuration remarquable en analyse et une application.

Dans ce manuel de CIAM première S.E, l'aspect graphique et l'aspect analytique de la dérivée sont pris en compte dans les définitions, l'aspect modélisation est donné dans les exercices non résolus, et non commentés.

En première SM

Dans ce manuel, la notion dérivée se trouve au chapitre 13 intitulé "Dérivation". Sa structure est la suivante :

1- Dérivation en x_0

1.1-Nombre dérivé d'une fonction en x_0

Cette partie commence par un exemple introductif sur l'aspect graphique du nombre dérivé. Puis une définition analytique du nombre dérivé est donnée. Ensuite, son interprétation graphique est donnée et illustrée par la fonction

$x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$. Elle se termine par la dérivabilité et la continuité en x_0.

1.2-Dérivabilité à gauche et dérivabilité à droite

Elle débute par un exemple introductif sur l'aspect graphique du nombre dérivé à gauche et du nombre dérivé à droite. Puis les définitions analytiques de dérivabilité à gauche et dérivabilité à droite sont données et illustrées par les fonctions :

$$\begin{cases} g(x) = x^2 & \text{si} \quad x \in]-\infty; 1] \\ g(x) = \frac{1}{x} & \text{si} \quad x \in]1; +\infty[\end{cases}$$

(P.246)

Elle se termine par un exemple introductif et une interprétation graphique de la tangente parallèle à l'axe des ordonnées.

1.3- Fonction dérivée

Dans cette partie, on trouve des exemples introductifs et une définition analytique de la fonction dérivée. Cette définition est illustrée par la fonction $f : x \mapsto \sqrt{2x-1}$.

1.4- Travaux dirigés

Ici, on trouve une interprétation physique du nombre dérivé et illustré par un exemple détaillé et résolu.

2- Calculs de dérivée

1- Dérivées des fonctions élémentaires

Elle comporte les propriétés des dérivées des fonctions constantes, de fonction carrée, fonction inverse, fonction racine carrée, fonctions *sinus* et *cosinus*. Aussi, une démonstration guidée de la propriété sur les fonctions *sinus* et *cosinus* est donnée.

2.2- Dérivée et opérations sur les fonctions

Cette partie commence par les propriétés de dérivée de la somme, dérivée du produit, dérivée du quotient, dérivée de la racine carrée de deux fonctions ainsi que celle de la dérivée des fonctions $x \mapsto u(\alpha x + b)$. Chacune de ces propriétés ont été rigoureusement prouvées et illustrées respectivement par : $x \mapsto x^2 + \frac{1}{x}$; $x \mapsto x^2\cos(x)$; $x \mapsto x^n$; $x \mapsto \frac{1}{x^2+1}$; $x \mapsto \frac{1-x}{2x^2+1}$; $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$; $x \mapsto \cos(2x - \frac{\Pi}{3})$ (P.251-256). Elle se termine par un tableau récapitulatif.

Application de la dérivée

3.1- Sens de variation d'une fonction

On trouve dans cette partie, un exemple introductif puis un théorème sur la monotonie des fonctions dérivables et illustré par

$f : x \mapsto x^3 - 3x - 1$ (P257). Aussi, la propriété sur les extremums relatifs d'une fonction est donnée et illustrée par la fonction ci-dessus.

3.2- Approximation d'une fonction par une fonction affine

Elle commence par un exemple introductif illustré par la fonction

$f : x \mapsto -x^2 + 6x$. Puis sa propriété et son interprétation numérique sont données. Elle se termine par l'application au calcul numérique illustrée par la valeur approchée de $\frac{1}{(2{,}003)^2}$ et la meilleure approximation affine de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{1+x}$ (P.260)

3.3- Travaux dirigés

Ici, on trouve deux problèmes résolus et détailles d'optimisation.(P.260-261)

Dans ce manuel de première S.M, tous les aspects ont été utilisés pour introduire le nombre dérivé notamment l'aspect analytique, l'aspect graphique et l'aspect modélisation.

En terminale S.M

En Terminale S.M, dans la collection CIAM le cours sur la dérivée se trouve dans la première partie du chapitre 10 intitulé "Dérivation-Etudes de fonctions" (P.213). Voici sa structure :

1- Dérivation

1.1-Fonctions dérivées

Dans cette partie, on définit la dérivabilité en un point et sur un intervalle de manière analytique mais son aspect graphique est donné en remarque, puis on donne le tableau des dérivées des fonctions élémentaires et celui des opérations sur les fonctions.

1.2- Dérivée des fonctions composées

Dans cette partie, le théorème de la dérivée de la composée de deux fonctions est donné et illustré par la fonction $x \mapsto \cos(\frac{1}{1-x})$(p.215). Ce théorème est ensuite utilisé pour obtenir la formule de la dérivée de la réciproque d'une fonction et illustré par un aspect graphique. Cette formule est appliquée sur les fonctions $x \mapsto x^r$ et $x \mapsto u^r(r \in \mathbb{Q}^*)$ illustrée par les exemples $x \mapsto \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}$, $x \mapsto \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{2}}$ et $x \mapsto -\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$(p.217)

1.3- Inégalité des accroissements finis

Cette partie est introduite par une activité cinématique illustrée par une situation concrète de propriété 1(P.217).

1.4- Dérivée successive et applications

Ici, on trouve la définition de la dérivée n^{ieme} des fonctions et comme exemple, les dérivées n^{ieme} des fonctions $x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ et $x \mapsto \sin(x)$ sont calculées. (P.219). Cette partie se termine par l'aspect analytique et l'aspect graphique de la position relative d'une courbe et de ses tangentes.

Nous remarquons dans ce manuel que le nombre dérivé est défini dans différentes sections par son aspect analytique et graphique mais aucune proposition, ni un exercice n'est donné sur son aspect modélisation pour lever les multiples difficultés qui peuvent être liées à l'utilisation de la dérivée pour résoudre les problèmes pratiques de la vie.

En terminale S.E

Dans le manuel CIAM de terminale "D", le cours sur la dérivée se trouve au chapitre 2 intitulé "DERIVEE ET PRIMITIVE"(P.35) et est structuré de la manière suivante :

1- Dérivation

1.1- Dérivabilité en x_0

Dans cette partie, le nombre dérivé est défini de manière analytique. Cependant, les aspects graphiques et cinématiques sont donnés en interprétation.

1.2- Dérivabilité sur un intervalle

Cette partie comporte un exemple introductif illustré par la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 & \text{pour} \quad x \in]-\infty; -3] \\ f(x) = \frac{1}{x} & \text{pour} \quad x \in [-3; +\infty[\end{cases}$$

(P.37)

Elle comporte également une étude analytique et graphique de la dérivabilité à gauche et à droite en x_0 ainsi qu'un exemple introductif de la tangente verticale illustrée par la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x - 3} & \text{pour} \quad x \in]-\infty; -3] \\ f(x) = x + \sqrt{x^2 + 10x + 21} & \text{pour} \quad x \in [-3; +\infty[\end{cases}$$

(P.39)

Elle se termine par une étude analytique de la dérivabilité sur un intervalle.

2- Fonction dérivée

2.1- Dérivée successives

La dérivée n^{ieme} est définie et illustrée par la fonction $x \mapsto \cos(x)$ (P.41)

2.2- Dérivée d'une fonction composée

La formule de la dérivée de la composée de deux fonctions est donnée analytiquement et appliquée à la racine carrée d'une fonction dérivable et strictement positive, à la puissance n^{ieme} d'une fonction dérivable, au cosinus ou sinus d'une fonction dérivable.

2.3- Dérivée de la réciproque d'une fonction continue strictement monotone

Après l'étude graphique et l'étude analytique, la propriété de la dérivée de la composée est donnée et illustrée par deux exemples : $x \mapsto x^n, n \in \mathbb{N}^*$ et $x \mapsto x^r, r \in \mathbb{R}^*$.

2.4 **Tableau récapitulatif**

Dans cette partie, le tableau des dérivées des fonctions élémentaires, des opérations des fonctions dérivées ainsi que de la composition des fonctions dérivées est établie.

2.5- Application de la dérivée

Ici, un tableau récapitulatif de la dérivée et sens de variation des fonctions est donné. Ensuite, une activité préparatoire sur la dérivée et encadrement est donnée. Elle se termine par la propriété des inégalités des accroissements finis.

Dans le manuel de terminale D, un effort a été fourni pour que l'élève puisse comprendre la notion du nombre dérivé par son aspect graphique, par son aspect analytique, alors l'aspect modélisation de la dérivée n'est pas abordé dans le cours, tout comme dans les exercices.

1.3.3 L'enseignement du nombre dérivé dans la collection TRANSMATH

Le second manuel que nous analysons est celui de "TRANSMATH".

Première 1^{re}ES

Dans ce manuel, la dérivée se trouve au chapitre 10 intitulé 'SENS DE VARIATION-DERIVATION"(P.231). Elle est structurée de la manière suivante :

1. Coefficient directeur d'une droite

Cette partie comporte une formule analytique du coefficient directeur d'une droite.

2. Fonction

Cette partie renferme un bref rappel sur la monotonie vue dans les classes antérieures.

3. Minimum-maximum

Cette partie comporte une définition analytique puis une représentation graphique sur le maximum et le minimum d'une fonction.

4.Tableau de variation

Cours

Sens de variation et opérations sur les fonctions

Dans cette partie, on trouve les propriétés sur la somme, le produit, la composée de deux fonctions monotones et illustrées respectivement par les fonctions : $x \mapsto 2x + \sqrt{x}$, $x \mapsto x^2\sqrt{x}$, $x \mapsto \sqrt{x+3}$.

2. Taux de variation

Elle débute par la définition analytique du taux de variation et illustrée par la fonction $f : x \mapsto x^2$, puis interprétée graphiquement.

3. Nombre dérivé et tangente

3.1 Nombre dérivé-interprétation géométrique

Dans cette partie, on trouve l'interprétation géométrique du nombre dérivée ainsi que la définition analytique du nombre dérivé.

3.2 Approximation locale

Fonction dérivée, dérivées usuelles

4.1 Fonction dérivée

Elle commence par un exemple introductif de deux fonctions dérivées. Puis, elle se termine par la définition analytique de la fonction dérivée.

4.2 Dérivée de quelques fonctions usuelles

On trouve les propriétés de dérivée des fonctions constantes, fonctions puissances, fonctions inverses, fonctions racines carrées et illustrées chacune par un exemple.

5. Opérations sur les fonctions dérivables

Elle débute par les propriétés de la somme, du produit, de quotient de deux fonctions dérivables et illustrée chacune par un exemple.

6. Signe de la dérivée et sens de variation

cette partie commence par un exemple introductif et se termine par un théorème fondamental illustré par la fonction $x \mapsto x^2$

7. Extremum local et dérivée

7.1 Définition d'un extremum local

Cette partie commence par un exemple introductif illustré par un graphique des extremums locaux. Elle se termine par un théorème.

8. Théorème des valeurs intermédiaires

Le chapitre se termine avec plusieurs travaux pratiques et quelques exercices.

Dans ce manuel de TRANSMATH première ES, deux aspects sont normalement utilisés notamment l'aspect analytique et l'aspect graphique. L'aspect modélisation est abordé dans les exercices.

Terminale C

Dans ce manuel, la dérivée se trouve au chapitre 9 (P.177) intitulée "DERIVATION". Voici de façon sommaire sa structure.

1- Pour prendre un bon départ

Cette partie comporte des activités suivantes : graphique, cinématique, numérique, et analytique de la dérivée.

2 - Travaux pratiques d'approche

Ici, une activité préparatoire sur les inégalités des accroissements finis est donnée.

3- Cours

3.1-Définition

Cette partie débute par la définition analytique et une illustration graphique du nombre dérivé d'une fonction en un point ainsi que celle de la notion des tangentes.

Elle se termine par le tableau des dérivées des fonctions ainsi que leurs ensembles de dérivabilité.

3.2-Application à l'étude du sens de variation

3.3- Extrèma et zéros de la fonction dérivée

Cette partie comporte le théorème sur le maximum et le minimum des fonctions et illustré par les aspects graphiques.

3.4-Application à la résolution d'équations

Ici, le théorème définissant la bijection d'une fonction, l'existence et l'unicité de la solution de l'équation est donné et illustré par l'équation $x^3 - 3x + 1 = 0$.

3.5- Dérivabilité et Continuité

Ici, on trouve théorème qui établit la relation entre la dérivabilité et la contiunuité.

3.6- Dérivation d'une fonction composée

Cette partie comporte une activité introductive, un théorème, et un commentaire sur la dérivée des fonctions composées.

3.7- Conséquence et exemples commentés

Dans cette partie, la fonction puissance n^{ieme} d'une fonction f dérivable, la fonction racine carrée sont données comme les conséquences de la dérivée d'une fonction composée et sont illustrées par les fonctions $x \mapsto (3x^2 + 2x - 4)^4$, $x \mapsto \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

3.8- Résumé des règles relatives au calcul des dérivées

Ici, le tableau récapitulatif sur l'opération des fonctions dérivées est donné.

3.9- Les inégalités des accroissements finis

Dans cette partie, le théorème sur les inégalités des accroissements finis est donné analytiquement. Toutefois, une interprétation cinématique et graphique est également donnée.

3.10-Dérivées successives

Cette partie contient le théorème et la notation des dérivées d'ordres supérieurs.

4-Travaux pratiques d'application

Cette partie comporte plusieurs problèmes de modélisation.

Nous trouvons dans ce manuel plusieurs approches qui permettent à l'élève de bien comprendre la notion de dérivée et développer l'aptitude à résoudre des problèmes de modélisation faisant intervenir la dérivée.

1.3.4 L'enseignement du nombre dérivé dans la collection MAJORS EN MATHÉMATIQUES

En première C et E

MAJORS EN MATHÉMATIQUE est le manuel de mathématique qui est actuellement au programme au Cameroun. Dans ce manuel de première "C et E", la dérivée se trouve au chapitre 10 intitulée "DERIVATION" (P.147) et structurée de la manière suivante :

Introduction

I- Dérivation en un réel a

1- Nombre dérivé d'une fonction en a

Cette partie comporte une activité préparatoire portant sur l'aspect cinématique, une définition analytique, une interprétation géométrique du nombre dérivé, une approximation affine locale ainsi que le théorème sur " Dérivation et Continuité". Ces concepts sont illustrés chacun par les fonctions $x \mapsto x^2+2x+1; a = 0$, $x \mapsto \frac{2}{1-x}; a = 2$, $x \mapsto \frac{x^2+x}{x-1}; a = -1$.

2- Dérivabilité à gauche- Dérivabilité à droite

Elle débute par une activité préparatoire où se trouve l'aspect graphique de la dérivée à gauche et à droite, suivie par sa définition analytique et par un théorème.

II-Fonctions dérivées

1-Dérivées des fonctions de référence

Dans cette partie, on trouve une activité préparatoire suivie d'un tableau récapitulatif des dérivées des fonctions de référence.

2- Opération sur les fonctions et dérivées

Cette partie comporte également une activité préparatoire et un tableau récapitulatif de l'opération sur les fonctions dérivées.

III- Application de la dérivée

1- Dérivée et sens de variation

2- Extremum relatif d'une fonction

Nous remarquons dans ce manuel que des efforts ont été faits en introduisant dans chaque partie du chapitre une activité préparatoire utilisant les trois approches dans le sens d'accompagner l'élève à bien comprendre la notion de dérivée.

En terminale "D"

Dans le manuel MAJORS EN MATHÉMATIQUES terminale D, la dérivation est une partie du chapitre 5 intitulée "DERIVATION ET PRIMITIVE" (P.81). Voici la structure de cette partie.

Introduction

I - Dérivation

1- Fonction dérivée en un réel et sur un intervalle

1.1 - Définitions et propriétés

Cette partie contient une activité préparatoire, une définition analytique du nombre dérivé à gauche (resp. à droite).

1.2 - Dérivation des fonctions usuelles

Dans cette partie, on trouve les propriétés sur la dérivée des focntions pôlynomes, fonctions rationnelles, fonctions racines carrées, fonctions sinus et cosinus, fonctions tangentes.

1.3 - Règle de dérivation

Ici, le tableau récapitulatif sur l'opération des fonctions dérivées est donné.

1.4 - Tangente en un point d'une courbe

Cette partie commence par la formule de l'équation de la tangente, ensuite son aspect graphique est donné et elle se termine par une remarque sur la tangente verticale et le point anguleux.

2 - Signe de la dérivée et sens de variation

Ici, on trouve une activité introductive, puis un théorème et un exercice d'application.

3 - Extrêma et point d'inflexion

Cette partie comporte une définition et une remarque sur les extrémums locaux et le point d'inflexion.

4 - Dérivée d'une fonction composée

Ici, une activité préparatoire qui démontre le théorème sur la dérivée de la composée de deux fonctions est donnée. Par suite, le théorème est énoncé.

5 - Dérivation de la bijection réciproque

6-Inégalités des accroissements finis

Cette partie comporte une activité préparatoire, le théorème sur les inégalités des accroissements finis. Ce théorème est illustré par la fonction $x \mapsto \sin(x)$.

Dérivées successives

Cette partie contient une activité préparatoire et une définition analytique des dérivées successives.

Nous remarquons dans ce manuel de MAJORS terminale D, que l'accent est mis sur l'aspect analytique de la dérivée, l'aspect graphique est partiellement touché mais aucun signe sur l'aspect modélisation.

Après avoir parcouru les manuels scolaires ci-dessus, nous récapitulons les pratiques utilisées dans le tableau ci-dessous. en adoptant la légende suivante. Nous avons utilisé les signes de $-$ à $+++$ en fonction de la profondeur avec laquelle la pratique a été utilisée car les manuels n'ont pas utilisé les pratiquess avec le même degré d'approfondissement. C'est ainsi que $-$ signifie la pratique est non utilisée alors que $+++$ signifie que la pratique est normalement utilisée. En détaille, nous avons donc la légende suivante :

✓ $+++$ signifie que la pratique est normalement utilisée dans le cours ;

✓ ++ pour la pratique utilisée dans les exercices résolus et dans l'interprétation ;

✓ + pour la pratique utilisée dans les exercices non résolus ;

✓ $-$ pour la pratique non utilisée.

Dans notre tableau, nous utiliserons les légendes suivantes :

- ✓ légendes liées aux pratiques utilisées ;
- ✓ légendes liées au degré d'approfondissement atteint dans l'utilisation des pratiques.

Tableau récapitulatif des pratiques l'utilisées dans les manuels sus-cités

	Aspect analytique	Aspect graphique	Aspect modélisation
Premières scientifiques			
CIAM SE	+++	+++	+
CIAM SM	+++	+++	++
MAJORS C et E	+++	++	+
TRANSMATH ES	+++	+++	+
Terminales scientifiques			
CIAM SE	+++	+++	–
CIAM SM	+++	+++	–
MAJORS D	+++	+	–
TRANSMATH	+++	+++	+

FIGURE 1.3 –

Nous remarquons dans les manuels sus-cités, que les collections CIAM et MAJORS EN MATHEMATIQUES des terminales n'y font aucune allusion à l'aspect modélisation du nombre dérivé alors que les manuels des premières ainsi que TRANSMATH de terminale l'utilisent dans les exercices. L'aspect graphique est normalement utilisé dans els manuels CIAM et TRANSMATH alors que MAJORS EN MATHEMATIQUES l'utilisent dans les exercices.

Il ressort de l'analyse de cette étude que tous les manuels de mathématique en classe des premières et terminales scientifiques utilisent beaucoup plus l'aspect analytique et graphique pour introduire le nombre dérivé alors que l'aspect modélisation qui permet de développer chez l'élève l'aptitude à identifier tout contexte scientifique modélisable avec la notion de dérivée est donné en exercices et généralement non résolu.

DIFFICULTÉS DE LA DÉRIVATION ET SUGGESTIONS

Nous avons mentionné plus haut, la nécessité d'enseigner la notion de dérivée. Cependant, elle présente quelques difficultés. En effet, la notion de dérivée englobe différents concepts mathématiques abstraits pour les élèves notamment la notion de fonction, de limite, d'infini, de continuité et de tangente . Or ces notions présentent plusieurs obstacles lors de l'enseignement de la dérivée.

2.1 Notion de dérivée

A première vue, la dérivée peut sembler simple, mais en fait, elle est très compliquée. En effet, la dérivée demande de mettre en lien entre diverses notions mathématiques abstraites pour les élèves. Par exemple, les notions de fonctions, de limite, d'infini, de continuité et de tangente ne peuvent être séparées de la définition de la dérivée. Pour ce faire, referons nous à la source de chacun de ces notions pour nous rendre compte qu'elles sont très denses. Par exemple, la définition actuelle de fonction a pris tout près de 4000 ans à apparaître(Gauud et al, 1998). De plus, beaucoup de temps se sont écoulés avant que les mathématiciens considèrent les fonctions discontinues, ce qui est encore difficile de nos jours. On peut penser que la notion de fonction à elle seule cause beaucoup de difficultés aux élèves de même que celle de la continuité. Les notions de limite et d'infini sont très abstraites et non intuitives pour les étudiants. C'est que les intuitions attachées à ces notions sont très ancrées chez les élèves, ce qui les empêchent d'aller plus loin, ce qui devrait pourtant être nécessaires pour avoir une idée profonde de la limite (William,1991). Selon Sierpinska(1985), on peut répertorier en cinq catégories les obstacles liés à la notion de limite : l'"Horror infiniti", les obstacles liés à la notion de fonctions, les obstacles géométriques, les obstacles logiques et les obstacles symboliques. De son côté,Hitt(2003) relève les principales difficultés à la notion d'infini. L'obstacle le plus important est le passage de l'infini potentiel, plus proche de l'idée intuitive de l'infini, à la reconnaissance de l'infini actuel, qui est le plus souvent utilisé dans les définitions mathématiques. Il s'agit aussi de la façon implicite à laquelle les enseignants ont recours pour le passage entre ces deux infinis. De plus, lors de l'étude de la dérivée, les concepts limite et l'infini sont totalement nouveaux pour les élèves. Il est évident que les difficultés liées à ces notions seront certainement toujours présentes lors de l'étude de la dérivée. Pour comprendre la dérivée, les élèves sont obligés d'utiliser la limite. Pour pouvoir le faire de façon efficace, il est essentiel que celle-ci soit bien comprise, mais hélas, la maîtrise de cette notion nécessiterait plus d'attention.

Une autre difficulté reconnue dans l'étude de la dérivée est la notion de tangente. Même si, à la base, la notion de dérivée représente la pente d'une droite tangente à une courbe, il semble que la notion de tangente ne soit pas vue de manière explicite dans les cours. En effet, les élèves arrivent en classe avec leurs propres conception sur la tangente, liées à leur étude de la tangente à un cercle vue dans les classes antérieures. Par contre, le passage de ce point de vue plutôt global de la tangente à un point de vue beaucoup plus local lorsqu'il s'agit de dérivée est très difficile (Biza,2010). De plus, cette évolution est souvent laissée à la disposition de l'élève. Effectivement, Castela(1995) dit : "la tangente apparaît comme un objet mineur d'enseignement, peu de temps lui est donc consacré au sein du cours proprement dit. Ce manque d'attention s'explique également par le sentiment fréquent chez les enseignants, de la facilité de cette notion envisagée comme une généralisation supposée évidente du cas du cercle. Celle-ci va d'ailleurs tellement de soi qu'elle va sans dire : l'usage du mot "tangente" est présenté explicitement comme naturel (Cf Terracher $1^{er}S$ p.275,édition 87) mais aucune référence au cercle n'apparaît. La spécificité de certaines propriétés de la tangente au cercle, non généralisable, n'est pas mise en évidence. Par contre l'analogie est suggérée"(p.14). Dans l'enseignement de la dérivée, ceci devient donc un obstacle important qui doit être pris en compte.

Enfin, il est claire que la notion de dérivée qui englobe toutes ces notions, limites, infini, fonction, continuité, tangente, se présente avec son lot de difficultés.

2.2 Difficultés de la dérivation

2.2.1 Difficulté d'interprétation

L'une des difficultés importantes de la compréhension de la nature de dérivée provient de l'aspect graphique. En effet, cette difficulté est remarquée auprès des élèves et étudiants qui choisissent naturellement regarder la dérivée comme un simple opérateur sans nécessairement l'associer à une représentation graphique. Le problème de cette approche est qu'elle élimine tout aspect analytique de la dérivée car celle-ci n'est plus considérée comme une limite. Ceci est d'autant plus grave que c'est généralement associé à une mauvaise notation. En effet, même les étudiants ont du mal à se rendre compte que la notation : $f'(a)$ est logiquement égale zéro. C'est pourquoi, il est nécessaire d'écrire $f'(x)/_{x=a}$ lorsque nous voulons considérer la valeur de la dérivée au point a.

Graphiquement, certains élèves considèrent la dérivée comme une entité statique c'est-à-dire un processus qui n'évolue pas. Cela est une grave erreur du point de vue didactique qui est immédiatement sensible dès l'approche du calcul différentiel et plus encore du calcul intégral.

2.2.2 La notion de la fonction dérivée

Le passage du nombre dérivé à la fonction dérivée présente au moins deux difficultés, que les élèves ont beaucoup de mal à franchir :

- Le passage de $f'(a)$ à $f'(x)$: le x qui était voisin de a dans la phase d'introduction du nombre dérivé, change de statut et se substitue tout à coup au a. En posant $x = a + h$ ne résout vraiment pas cette difficulté. Ce h provisoire dont on ne parlera plus jamais reste fragile pour beaucoup d'élèves.

- Le passage de $f'(x)$ à f' : les élèves cherchent une courbe (comme pour la plupart d'entre eux, une fonction, c'est une courbe) et ils ne la voient pas. Certains pensent que f' est représenté par la tangente. Ce passage se fait trop vite.

2.2.3 Les problèmes de langage

Parlant de langage, certains enseignants de mathématiques, par ailleurs exigeant voir intégriste quant au langage, confondent habituellement fonction et image, particulièrement, s'il s'agit de dérivation. En effet, dire "la dérivée de x^3 est $3x^2$" est un abus de langage. Cela confond fonction et image, et à un moment de l'apprentissage où la fonction dérivée est encore peu connue. La plupart des élèves écrivent aussi $f(x)'$, ce qui les induit souvent en erreur. Et cela désobéit le fait qu'une lettre muette peut être remplacée par n'importe quel nombre. Bien sûr, une formulation correcte est plus lourde, mais à nous enseignants de trouver comment dire les choses de façon simple et juste. Par exemple : "pour la fonction "cube", le nombre dérivé en x est $3x^2$".

Un autre obstacle est l'habitude de parler de dérivée en un point. En classe des premières, beaucoup d'élèves confondent "point et nombre", et ont du mal à comprendre qu'un point du plan a deux coordonnées même s'il est situé sur l'un des axes. Or, dans les deux termes "tangente en un point", et "nombre dérivé en un point", le mot point n'a pas la même signification : dans le premier, il indique un point du plan et dans le second, il indique un nombre c'est-à-dire l'abscisse du premier.

2.2.4 Les difficultés techniques

Notons ici, qu'étudier le sens de variation d'une fonction exige au moins trois compétences à savoir :

- Connaître les formules de dérivation (formules que l'élève apprend sans comprendre) ;

- les utiliser sans erreur (ce qui constitue des obstacles aux élèves faibles en calcul littéral) ;

- étudier le signe de la dérivée (ce qui nécessite des savoirs faire antérieures mal maitrisés). Devant tant d'obstacles, l'élèves moyen perd le fil de ses calculs et oublie le sens de ce qu'il fait.

2.2.5 Difficultés de modélisations

Nous avons mentionné plus haut que la dérivée entre dans la modélisation mathématique de plusieurs contextes du monde réel et son enseignement présente l'important défi de tenir compte de la nécessité de développer des compétences permettant d'identifier un contexte réclamant l'utilisation de la dérivée et de résoudre le problème de modélisation associé. Il nous semble cependant que les élèves éprouvent d'énormes difficultés à modéliser mathématiquement tout contexte de la vie courante notamment utilisation de la dérivée dans d'autres disciplines proposés ci-dessous.

1- La dérivée en statistiques

En théorie des probabilités ou en statistiques, on désigne par X une variable aléatoire réelle et on note $P(X \leq x)$ la probabilité de l'évènement $X \leq x$. Cette probabilité est une fonction de la variable x et non de la variable aléatoire réelle X . Ladite fonction s'appelle la fonction de répartition de la variable aléatoire réelle X , elle est définie par :

$F_X(x) = P(X \leq x)$. Pour chaque valeur de x, $F_X(x)$ représente une probabilité cumulée.

La fonction de répartition possède les propriétés suivantes.

$F_X(x)$ est comprise entre 0 et 1

$F_X(x)$ est croissante et continue à droite.

Une description alternative est souvent utilisée, il s'agit de la dérivée de la fonction de répartition que l'on appelle "densité de probabilité". La densité de probabilité d'une variable aléatoire est définie par : $f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$

Le nom densité provient du fait que la probabilité de l'évènement $a < X \leq b$ est égale à :

$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F_X(b) - F_X(a)$

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(\mu)d(\mu)$$

En posant $a = -\infty$, on lie la fonction de répartition à la fonction densité de probabilité par la relation : $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\mu)d\mu$. Enfin, la fonction densité vérifie les conditions suivantes : $\forall x, f(x) \geq 0$ et $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

2- La dérivée en mécanique

Densité linéique en un point "a"

La notion de nombre dérivé dans le cours de mécanique joue un rôle important. Elle permet par exemple de déterminer la quantité de poudre qu'on a saupoudrée sur une surface ou sur un fil. Pour mieux la comprendre, nous considérons un fil d'une certaine longueur de masse négligeable. Notons O l'origine du fil et M un point quelconque d'abscisse x distant d'un mètre de l'origine O. Avec de la fine poudre de maïs, on a saupoudré la longueur de fil située entre les points O et M. Désignons par A un point d'abscisse a intérieur au segment $[OM]$. On note $f(x)$ la quantité de poudre qui s'étale entre l'origine O et le point M d'abscisse x, $f(a)$ la quantité de poudre qui s'étale entre l'origine O et le point A d'abscisse a. Par suite, la quantité $f(x) - f(a)$ représente la quantité de poudre qui s'étale entre les points M et A d'abscisses respectives x et a. Le but de cette activité est d'exprimer la quantité de poudre déposée au point A d'abscisse a. Pour cela, posons : $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ la densité linéaire moyenne le long du fil entre x et a. En faisant tendre x vers a, on a : $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$ où la valeur $f'(a)$ nous fournit une valeur de la quantité de poudre déposée au point "a".

Cas du plan incliné

Notion de pente

Le plan est dit incliné, lorsqu'il fait un angle β avec l'horizontale. Dans le souci de savoir si un chemin est doux ou raide, un alpiniste décide d'arpenter une colline. Pour un déplacement de dix kilomètres à l'horizontale, partant du point x_1 vers le point x_2, il réalise un déplacement à la verticale de $Q(x_1)$ à $Q(x_2)$ qui est de cinq kilomètres. L'expression $\frac{Q(x_2)-Q(x_1)}{x_2-x_1}$ nous indique la variation moyenne de la pente. Elle peut s'exprimer en pourcentage ou en degré. L'exprimer en degré, dans le cas présent revient à chercher l'angle dont la tangente vaut $\frac{1}{2}$. Par suite, la valeur $\lim\limits_{x_2 \to x_1} \dfrac{(Q(x_2) - Q(x_1))}{(x_2 - x_1)}$ représente donc la pente de la colline.

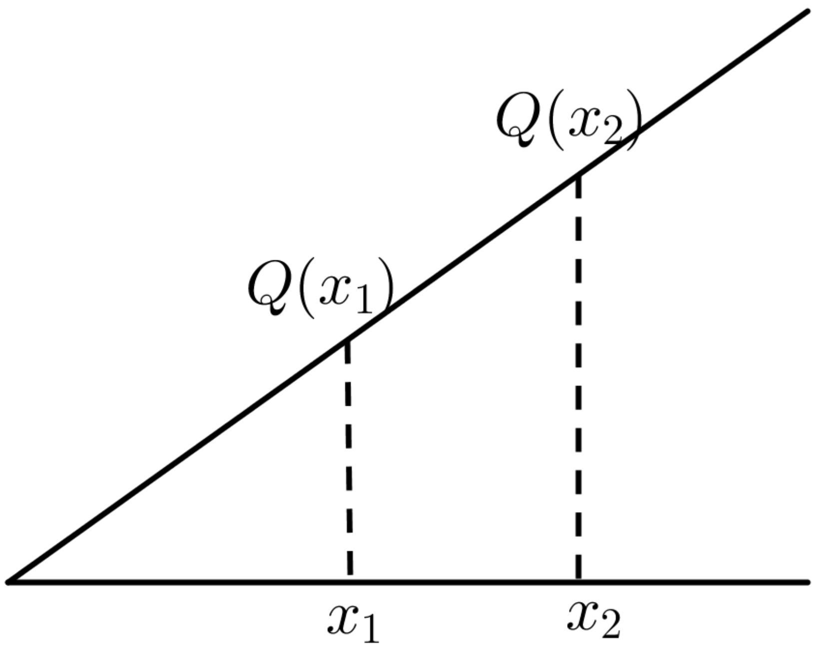

FIGURE 2.1 –

3- La dérivée en biologie humaine

En diabétologie comme en endocrinologie, l'étude de la pression artérielle tient une place importante. Elle permet de situer sur l'état de santé d'un patient, de prouver qu'un individu est en situation d'hypotension ou d'hypertension. Par exemple, un homme est hypertendu lorsque deux mesures de tension ont été effectuées entre deux dates et que les deux valeurs sont supérieures à cent quarante millimètre de mercure ($140mmHg$) et dans le cas de l'hypotendu, elles sont inférieures à $80mmHg$. A l'aide du sphygmogramme, on impose à la veine du patient une pression maximale p_1 ou pression systolique donc un débit sanguin maximal v_1 à une date t_1 , sachant qu'elle sera supérieure à la pression induite par le débit sanguin. Puis, on réduit cette pression lentement et régulièrement jusqu'à ce qu'elle soit égale à la pression minimale p_2 ou pression diastolique à la date t_2. Simultanément, avec le stéthoscope on écoute les battements du coeur en continuant de réduire la pression jusqu'à ce que l'on n'entende plus aucun battement. A cette valeur, on a complètement libéré la veine, c'est l'état du débit sanguin minimal v_2 . A partir de ces données, on peut s'intéresser dans un premier temps aux rapports : $\frac{p_2-p_1}{t_2-t_1}$, $\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$ qui représentent respectivement le taux de variation de la pression artérielle et le débit sanguin moyen, puis dans un second temps, nous intéresser aux valeurs indicatives suivantes : $\lim\limits_{t_2\to t_1} \dfrac{(p_2-p_1)}{(t_2-t_1)}$ et $\lim\limits_{t_2\to t_1} \dfrac{(v_2-v_1)}{(t_2-t_1)}$.

Le but de cette étude est de nous faire comprendre que lorsqu'on réalise une prise de tension, il s'agit par ailleurs de comprendre la variation du débit sanguin, la variation de la pression artérielle. De ce fait, l'utilisation d'un matériel approprié et la nécessité de poursuivre des analyses médicales approfondies permettent à ce que l'on connaisse le débit sanguin d'un patient à un instant précis, la pression artérielle instantanée.

De ce qui précède, les pratiques actuelles utilisées dans les manuels scolaires de mathématiques au programme officiel ne permettent pas à l'élève de modéliser ces genres des problèmes. En plus, lors des enseignements en classe, le cours de dérivée est dispensé aux élèves sans qu'on leur propose assez d'exercices de modélisation. Nous avons constaté également dans les sujets d'examens officiels sur les dix dernières années qu'aucun exercice de modélisation n'est proposé. Toutes ces situations mettent l'élève devant plusieurs obstacles s'il s'agit de modélisation.

2.2.6 Suggestions

Après avoir répertorié ces difficultés, nous suggérons ce qui suit :

✓ Promouvoir l'aspect cinématique pour introduire le nombre dérivé en un point ;

✓ Donner le temps aux élèves de bien comprendre ce qu'est le nombre dérivé quelle que soit l'introduction ;

✓ Concevoir des bonnes activités pour donner du sens au nombre dérivé par exemple vitesse, etc... ;

✓ Faire comprendre aux élèves que la dérivée n'est pas une entité statique mais un processus qui évolue ;

✓ Faire comprendre aux élèves ce qu'est le sens de variation d'une fonction, qu'ils puissent le distinguer de son signe et qu'ils puissent comprendre l'intérêt de son étude ;

✓ Rendre les élèves plus performants dans le calcul d'une dérivée et à l'étude de son signe que dans l'étude directe d'un sens de variation ;

✓ Proposer plusieurs exercices de modélisation aux élèves lors des enseignements ;

✓ Varier les types d'exercices.

De ce qui précède, la notion dérivée présente plusieurs difficultés dont certaines sont liées à d'autres notions qu'elle englobe et d'autres au concept de dérivée elle-même. Ces difficultés posent énormément le problème de sa compréhension aux élèves.

♣ Conclusion ♣

L'enseignement de la dérivée requiert une attention particulière. Pour comprendre cette notion, nous avons examiné le programme officiel et consulté les manuels scolaires de mathématiques au programme officiel pour identifier la notion centrale dans l'enseignement de la dérivée. Nous nous sommes intéressés aux stratégies et pratiques utilisées dans ces manuels pour l'enseigner. Nous avons constaté que la notion de dérivée présente quelques difficultés notamment les difficultés liées aux notions qu'elle englobe : limites, infini, fonction, continuité, tangente, et les difficultés de la dérivée elle-même : difficultés liées au nombre dérivé, les difficultés d'interprétation, les difficultés liées à la fonction dérivée, le problème de langage, et les difficultés techniques, les difficultés de modélisation.

En plus, dans le soucis de renforcer l'enseignement de la dérivée que nous avons eu l'opportinuté dans le cadre du projet PRENUM-AC de rédiger une ressource numérique portant sur l'application de la dérivée destinée aux élèves de terminales scientifiques. Dans cette ressource, plusieurs activités et exercices sont proposés pour que l'enseignant et l'élève puissent s'inspirer durant l'enseignement de la dérivée.

♣ Bibliographie ♣

[1] Akelé,C. Baye,O,A. Bendiman,K,M. Condé,R. Djiguiba,O. Don,P,A. Neulat,J. Traoré,S, *CIAM première sciences mathématiques*, EDICEF, (1998).

[2] Antibi.A, Barra.R, Destainville.B, Roumilhac.J.P, *TRANSMATH première ES,* NATHAN, (1998).

[3] Barra,R et al, *TRANSMATH Tle C,* NATHAN, (1989).

[4] Biza.E, *Making tangent lines...tangible ! Using Latent Class Analysis and Confirmatory Factor Analysis to identify and classify students perceptions of key concepts in Caculus.* Comminucation présentée à l'Université de Montréal, Montréal, Québec, février 2010. URL

[5] Castelle,C, *Apprendre avec ou contre ses connaissances antérieures :Un exemple concret, celui de la tangente.* Recherche en didactique des Mathémitiques, 15(1), (1995). URL

[6] Charles,M.O. Jean,Roland,E.E. François,T. Stanislas,H,N. Séverin,D,F. Issa,O. Benoit,E. Bernard Eto,M. Raoul,A, *MAJORS en Mathématiques Première C-E*, ASVA EDUCATION (2012).

[7] Charles,M.O. Jean,Roland,E.E. François,T. Stanislas,H,N. Séverin,D,F. Issa,O. Benoit,E. Bernard Eto,M. Raoul,A, *MAJORS en Mathématiques Tle D*, ASVA EDUCATION (2012).

[8] Elméhdi,A,H. Pierre,D,L,O. Georgette,H. Denis,O. Baye,O,E. Faustin,T, *CIAM Tle sciences expérimentales,* Edicef, (1999).

[9] François Landry,N.M, *la Dérivée comme notion transdisciplinaire*, mémoire de DIPESII soutenu au Département de Maths (2013).

[10] . Fredy,B. Rose,E.M. Ali,H. Georgette,H. Denis,O. Laurent,R. Alain,R. Amadou,S.D. Oumarou,S*CIAM prémières expérimentales*, EDICEF, (1998).

[11] Gaaud, D. Guichard,J. Sicre,J,P. Chretien,C, *des Tangentes aux infininements petits. Irem de Poitier*, (Septembre 1998). URL

[12] Hitt,F, *Le caractère fonctionnel des reprèsentations.* Annales de Didactiques et Sciences Cognitives,8, (2003). URL

[13] Michel P, *Tangente à une courbe et dérivation.* Répère-Irem n°24Juillet 1996.TOPIQUES éditions.Pont-à-Mousson, (1996).

[14] Vivier,L. (sous presse). *La notion de tangente dans l'enseignement secondaire.* Annales de didactique des sciences cognitives. URL

[15] Sierpinska.A, *Obstacle épistémologiques rélatif à la notion de limite*, Recherche en Didactique des Mathématiques,6(1).(1985). URL

[16] Taïrou,A. Abdoukhadre,B. Jules,N,K. Paul,R. Julien,S. Soma,T. Josephe,*CIAM Tle sciences mathématiques,* EDICEF,(1999).

[17] William.S.R, *Models of limite Held by College Calculus Students.* Journal of Research in Mathématics Education, 22(3). URL,(1991).

[18] http//www.archipel.uqam.Ca/4059/1/M12005 de S.Dufour-2011.

[19] http//www.Univ-irem.fr/reperes/articles/-74-article-506.Caroline DUCOS. irem de poitiers. REPERES-IREM.n°74-Janvier 2009 de la classe de première S.

[20] http//www.apmep.asso fr>Publication>le Bulletin vert>2006. Article du Bulletin 462.

[21] http//www.collectioncanada.g.c.Ca/obj/54/f2/dsk1/tape3/PQDD.../NQ55820

[22] www.lygeros.org/1599-fr.html

♣ Annexe ♣

Extrait du programme officiel